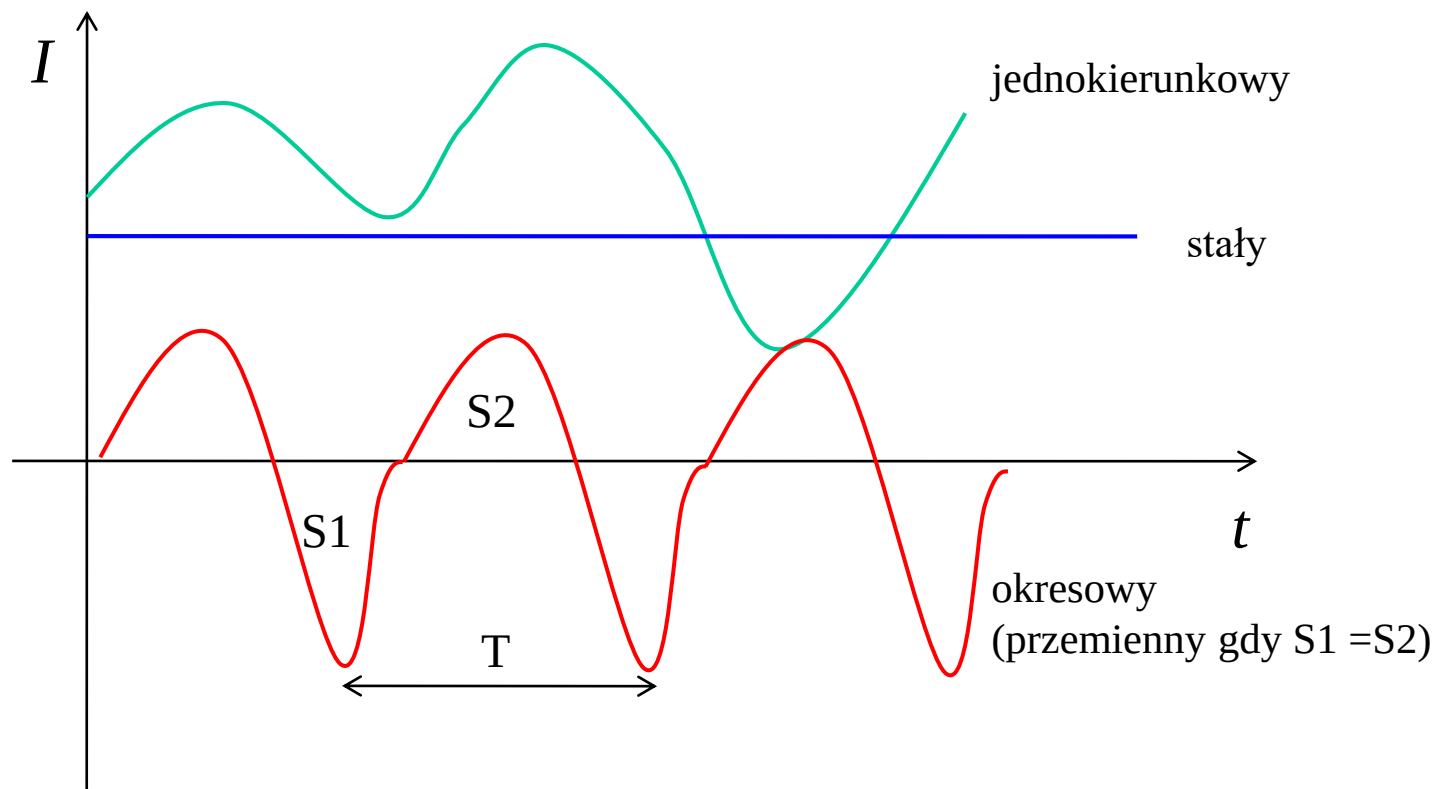


Obwody prądu zmiennego

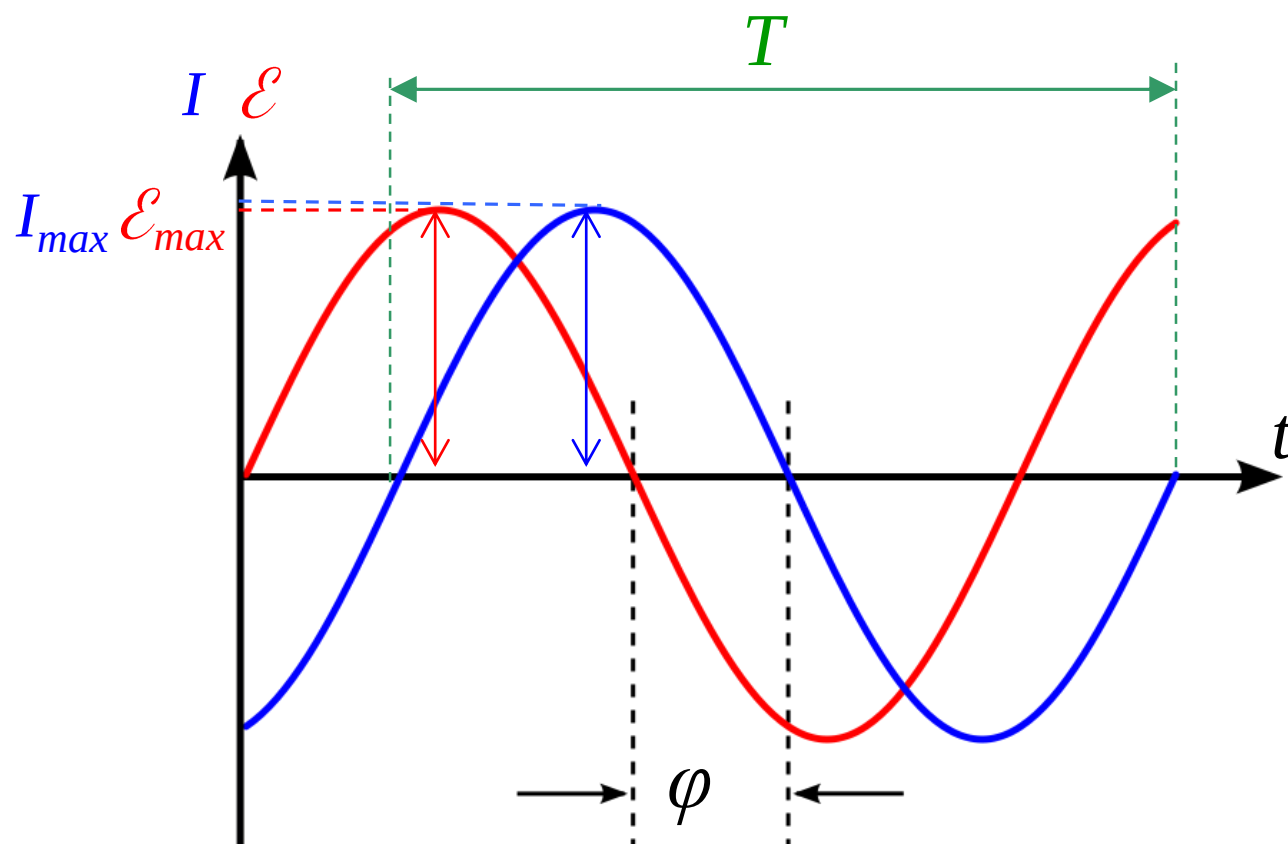
Prąd zmienny



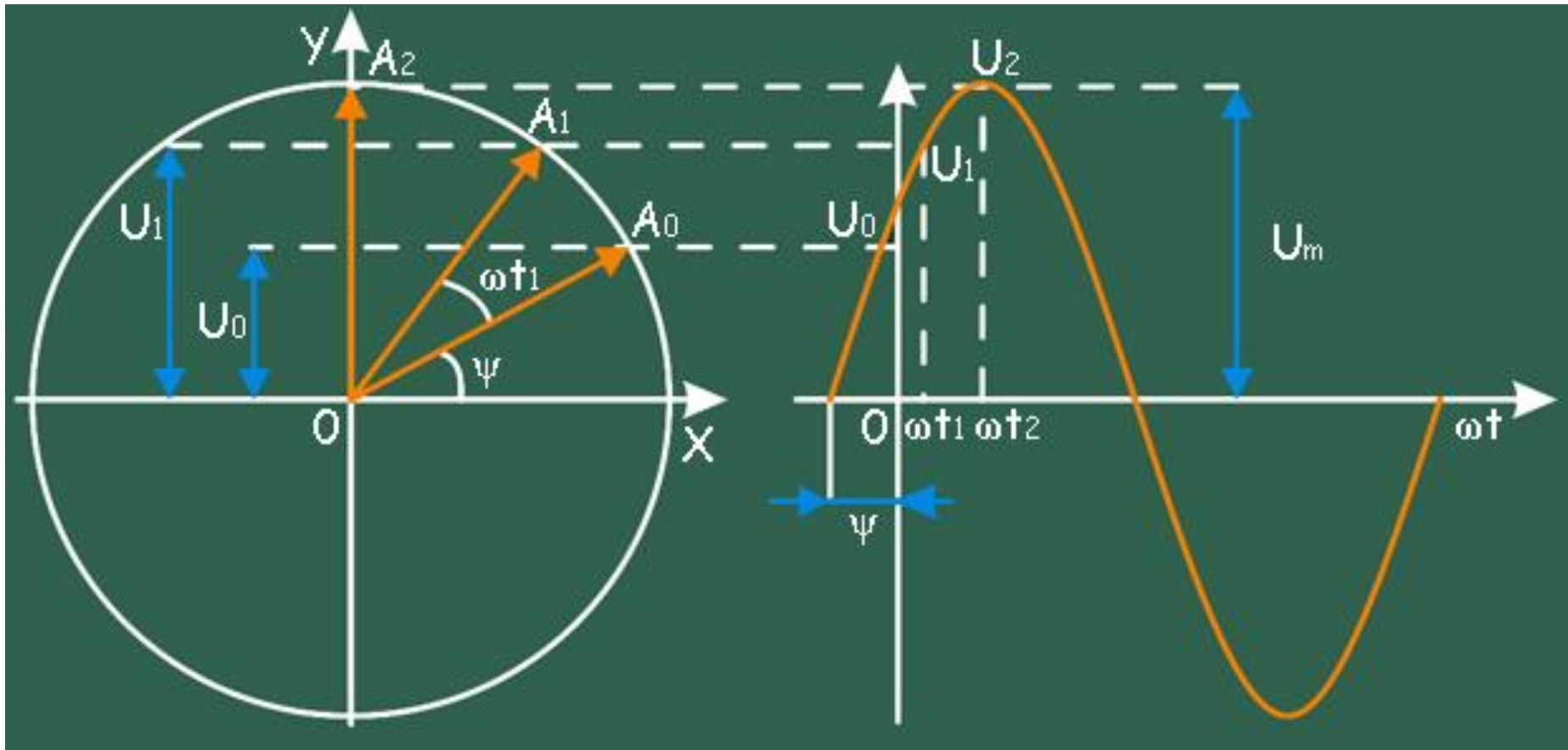
Prąd sinusoidalnie zmienny

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin(\omega t)$$

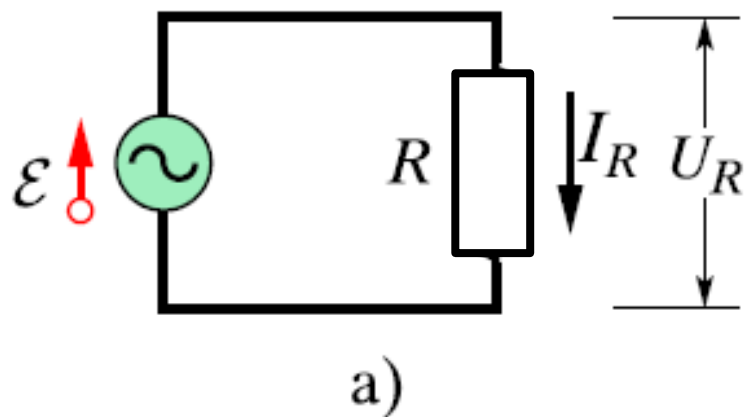
$$I = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$



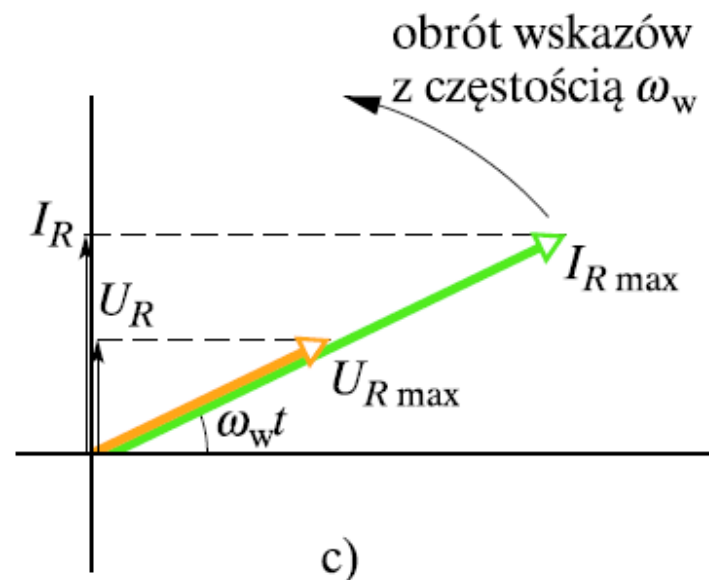
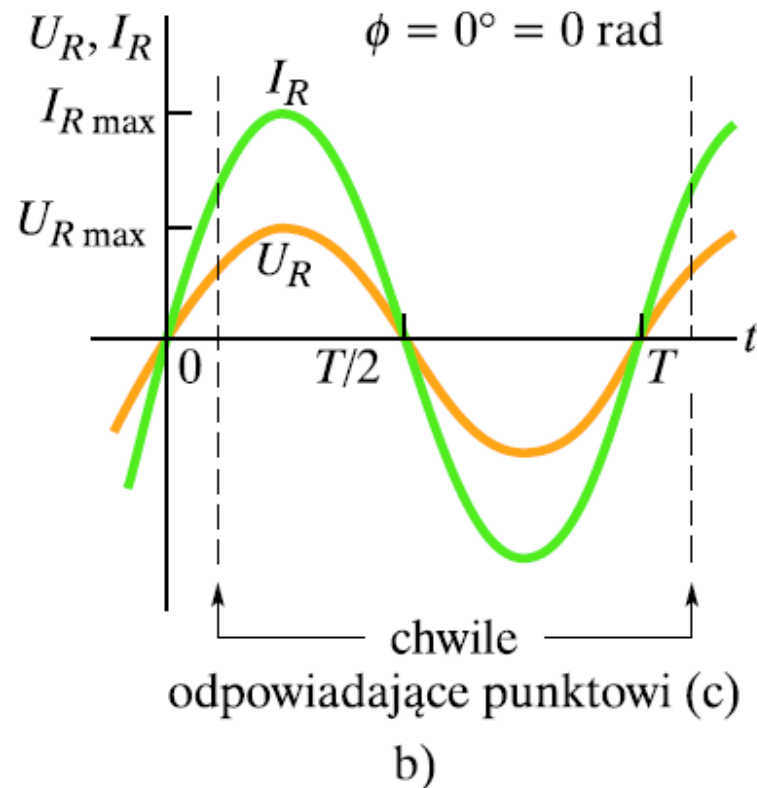
Związek między wirującym wektorem a przebiegiem sinusoidalnym



Opornik połączony ze źródłem prądu zmiennego



Napięcie na oporniku
jest w fazie z prądem



Kondensator połączony ze źródłem prądu zmiennego

$$U_C = U_{Cmax} \sin(\omega t)$$

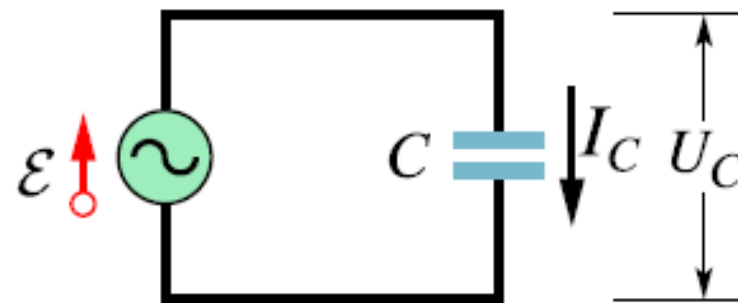
ładunek na kondensatorze

$$q_C = CU_C = CU_{Cmax} \sin(\omega t)$$

różniczkujemy

reaktancja
pojemnościowa

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad [\Omega]$$



a)

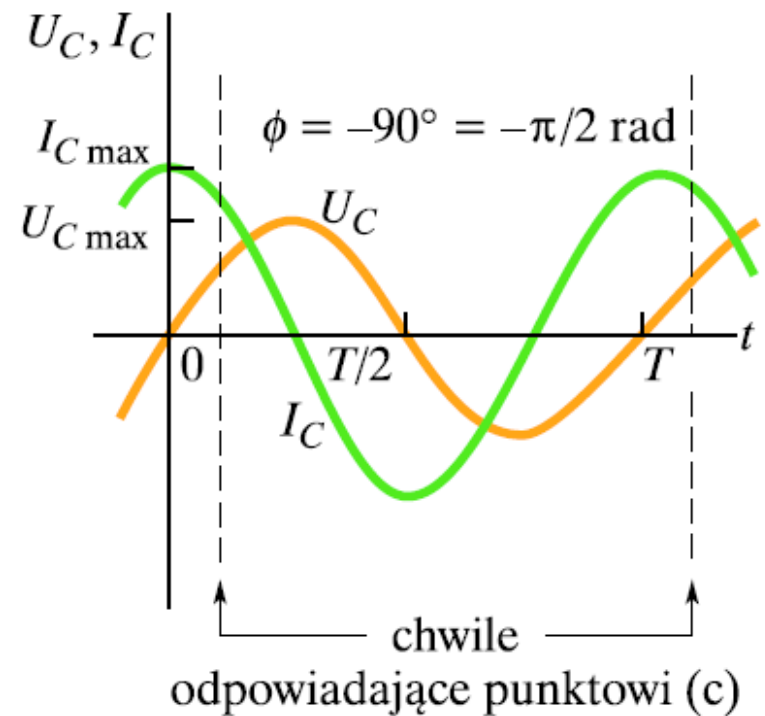
$$I_C = \frac{U_c}{X_c}$$

$$\cos(\omega t) = \sin(\omega t + 90^\circ)$$

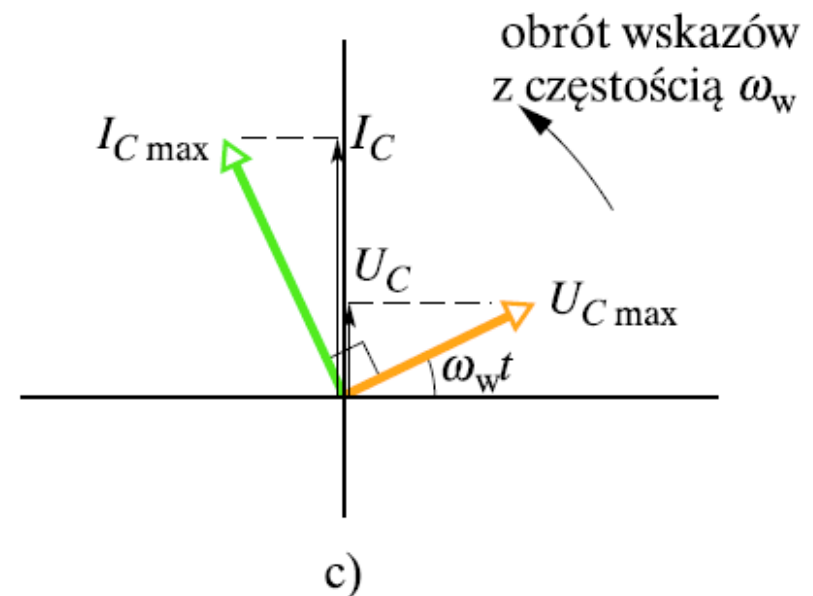
$$I_{C \max} = \frac{U_{C \max}}{X_C}$$

dla kondensatora

Natężenie prądu wyprzedza
napięcie o 90 stopni



b)

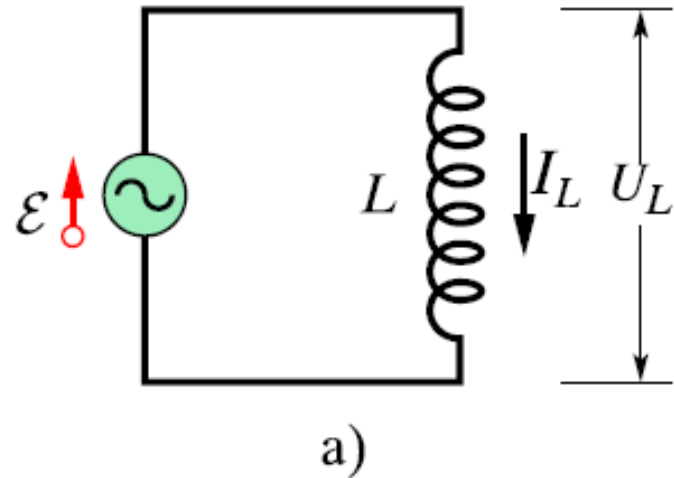


Cewka połączona ze źródłem prądu zmiennego

$$U_L = U_{L\max} \sin(\omega t)$$

napięcie na cewce

$$U_L = L \frac{dI_L}{dt}$$



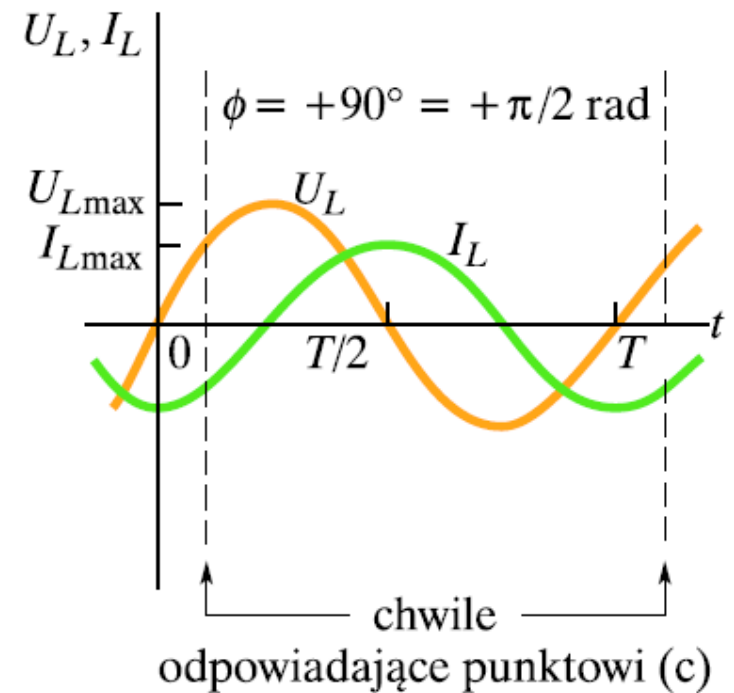
$$I_L = \int dI_L = \frac{U_{L\max}}{L} \int \sin(\omega t) dt = -\left(\frac{U_{L\max}}{\omega L} \right) \cos(\omega t)$$

$$I_L = -\left(\frac{U_{L\max}}{\omega L}\right)\cos(\omega t)$$

reaktancja indukcyjna

$$X_L = \omega L \quad [\Omega]$$

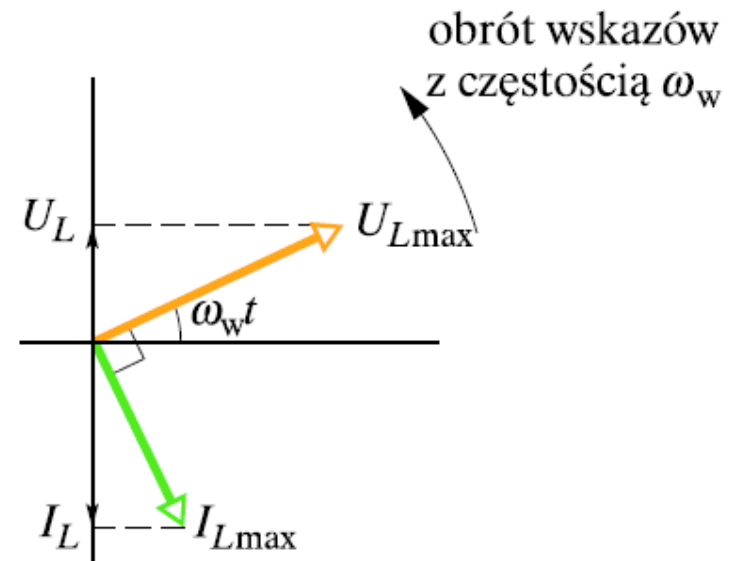
$$-\cos(\omega t) = \sin(\omega t - 90^\circ)$$



b)

$$I_{L\max} = \frac{U_{L\max}}{X_L} \quad \text{dla cewki}$$

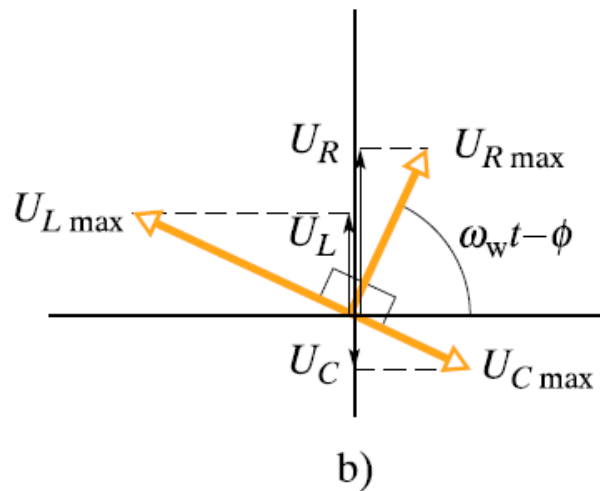
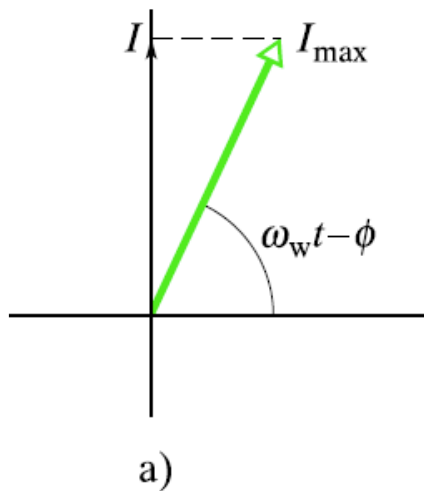
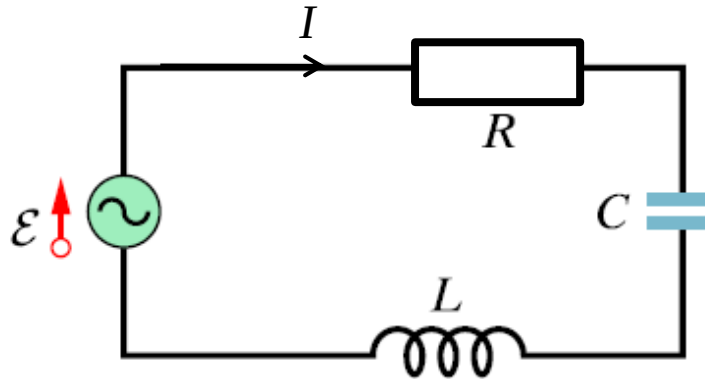
Natężenie prądu opóźnia się
względem napięcia o 90 stopni



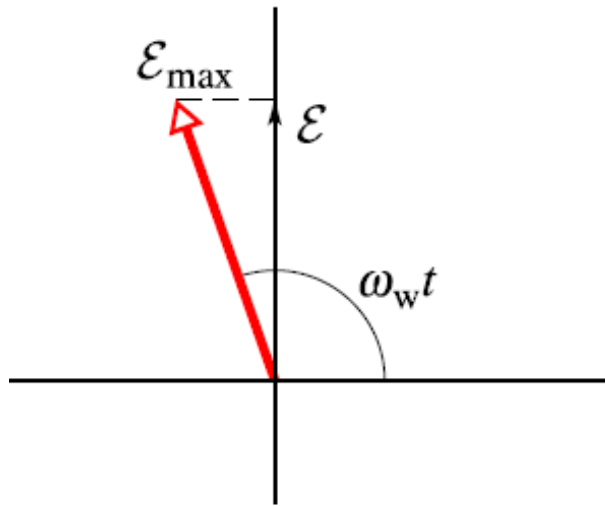
c)

Szeregowo połączone elementy RLC zasilane źródłem prądu zmiennego

$$E = E_{\max} \sin(\omega t)$$

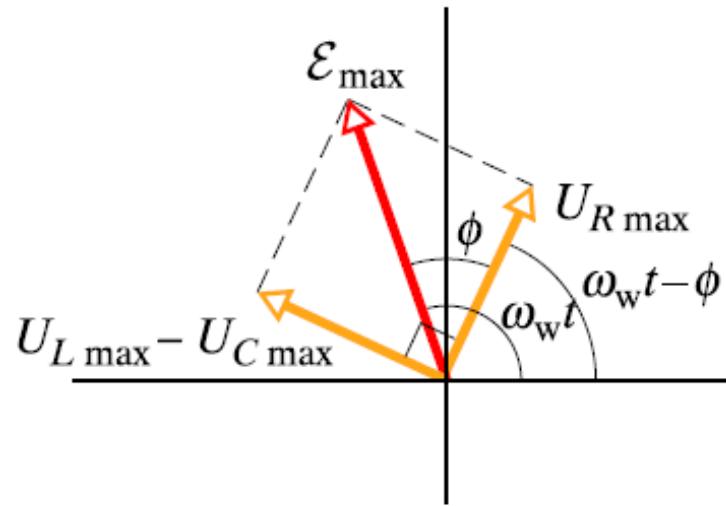


Chwilowe wartości
napięć na
elementach LRC



c)

$$E = E_{\max} \sin(\omega t)$$



d)

z Pitagorasa

Rzut E (rys c) = sumie rzutów (rys b)

$$E_{\max}^2 = (I_{\max} R)^2 + (I_{\max} X_L - I_{\max} X_C)^2$$

$$E_{\max}^2 = (I_{\max} R)^2 + (I_{\max} X_L - I_{\max} X_C)^2$$

$$I_{\max} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Reaktancja
indukcyjna $X_L = \omega L$

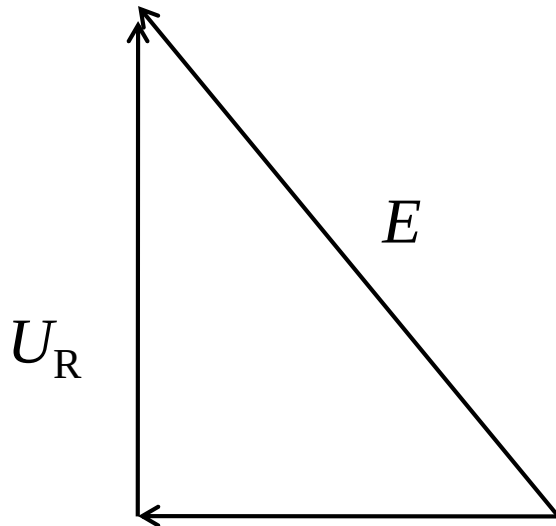
Impedancja $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

Reaktancja
pojemnościowa $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$X_R = R$$

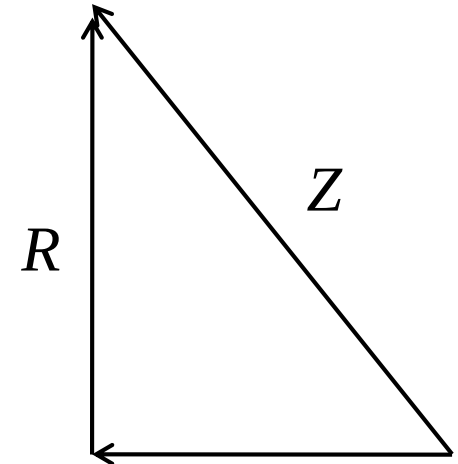
$$I_{\max} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

$$E_{\max}^2 = U_{R\max}^2 + (U_{L\max} - U_{C\max})^2$$



Trójkąt napięć

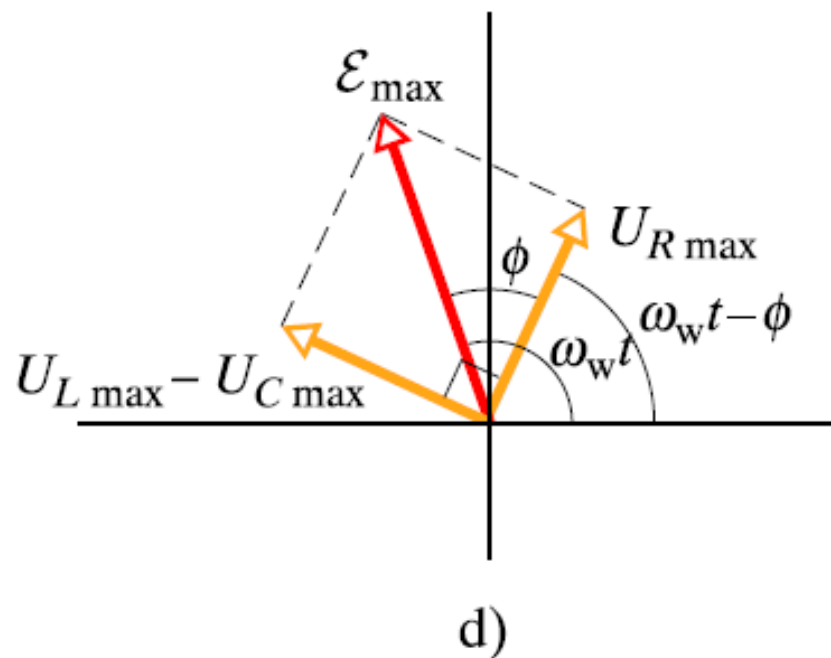
$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$



Trójkąt oporów

Faza początkowa

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{U_{L \max} - U_{C \max}}{U_{R \max}}$$



$X_L > X_C$ charakter indukcyjny
 ϕ dodatni

$X_L < X_C$ charakter pojemnościowy
 ϕ ujemny

$$\cos \phi = \frac{U_{R \max}}{E_{\max}} = \frac{I_{\max} R}{I_{\max} Z} = \frac{R}{Z}$$

stan rezonansu
 $\phi = 0$

Rezonans napięć

$$I_{\max} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Częstość kołowa drgań wymuszonych ω jest równa częstości kołowej drgań swobodnych ω_r (rezonansowych - własnych drgań obwodu)

$$\omega = \omega_r$$

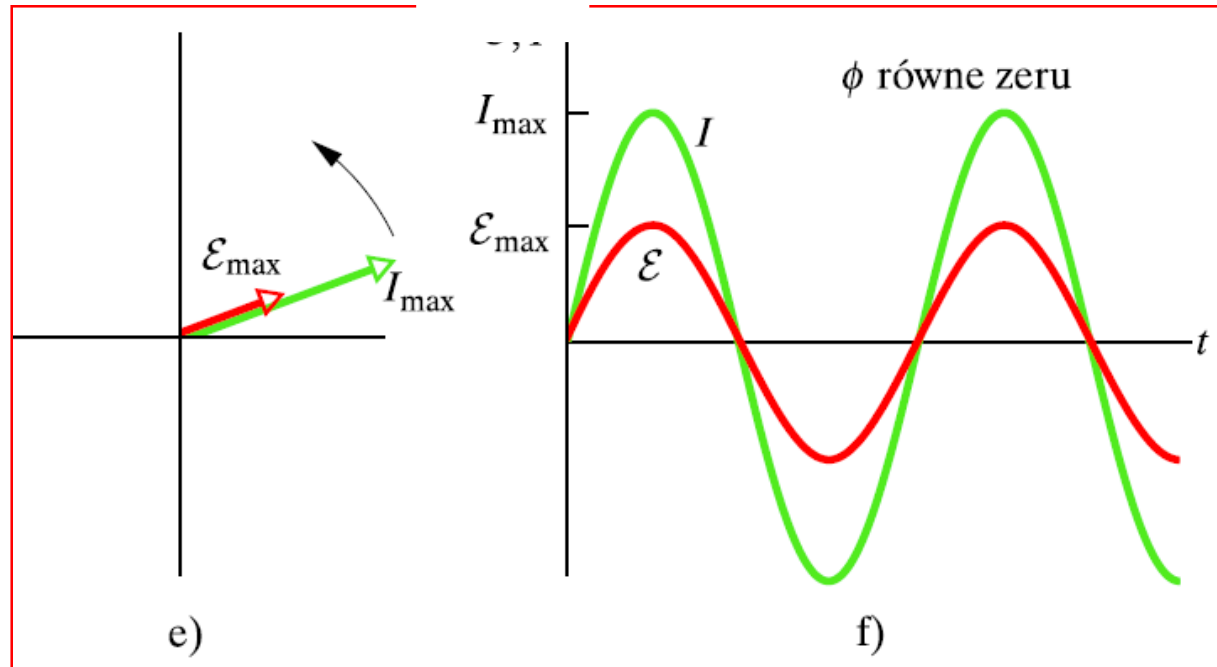
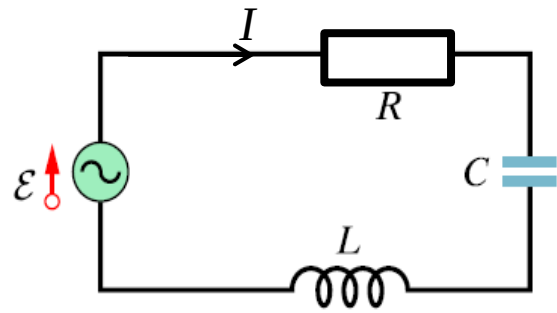
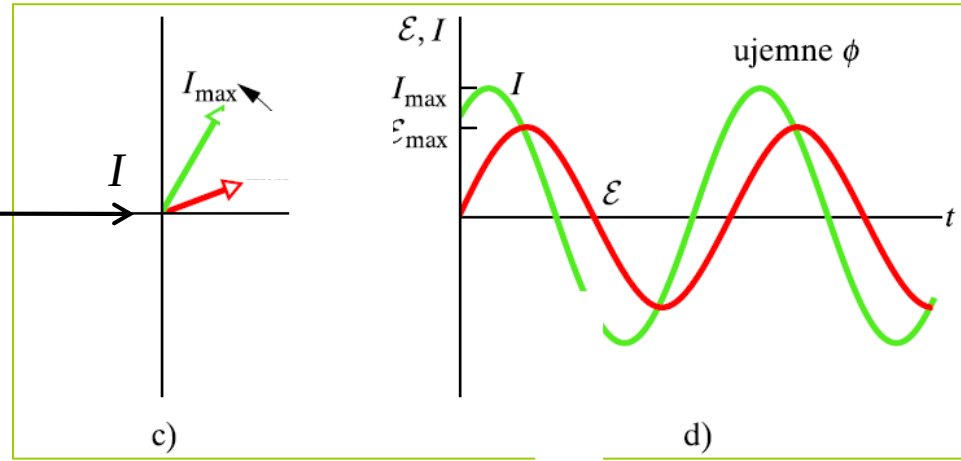
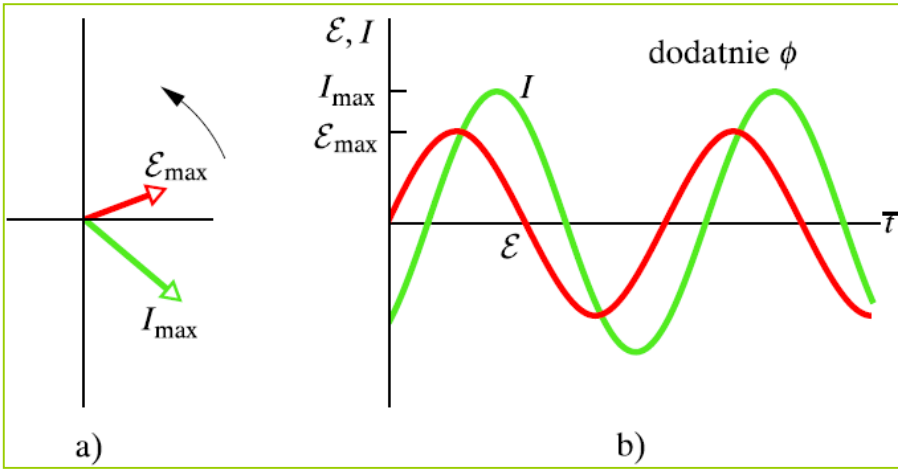
Amplituda $I_{\max}$ osiąga maksimum gdy

czyli $\omega L = \frac{1}{\omega C}$


$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

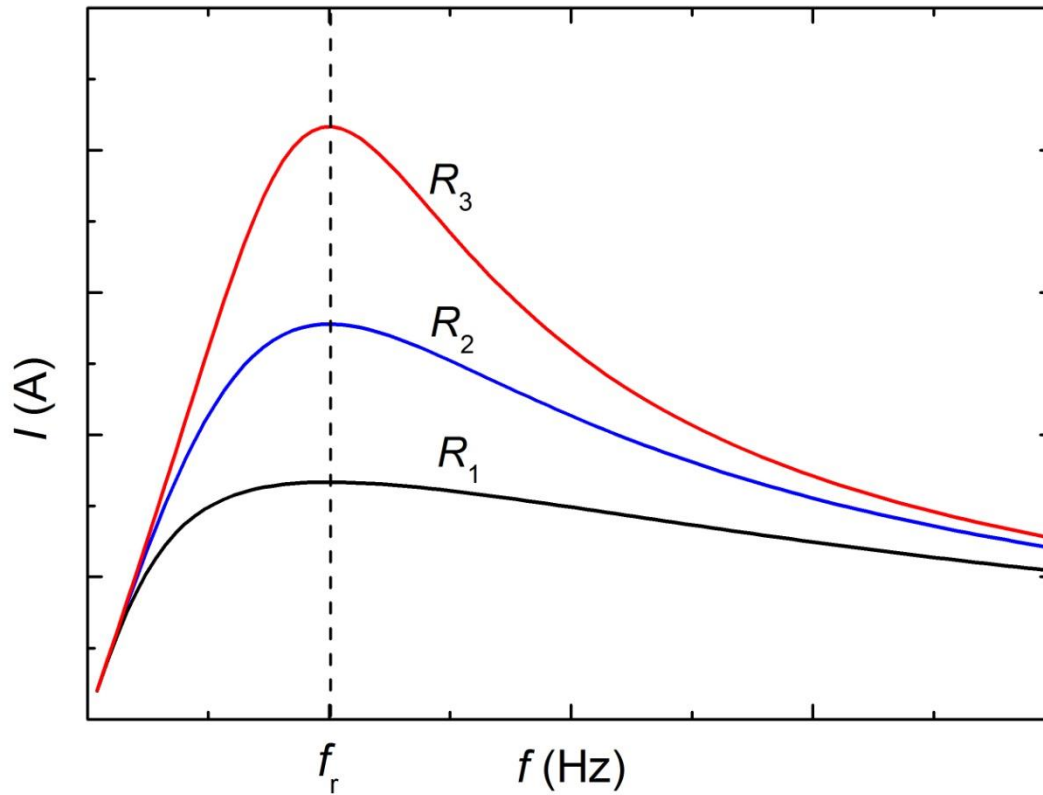
opóźnienie prądu w stosunku do SEM

wyprzedzenie prądu w stosunku do SEM



stan rezonansu $\phi = 0$

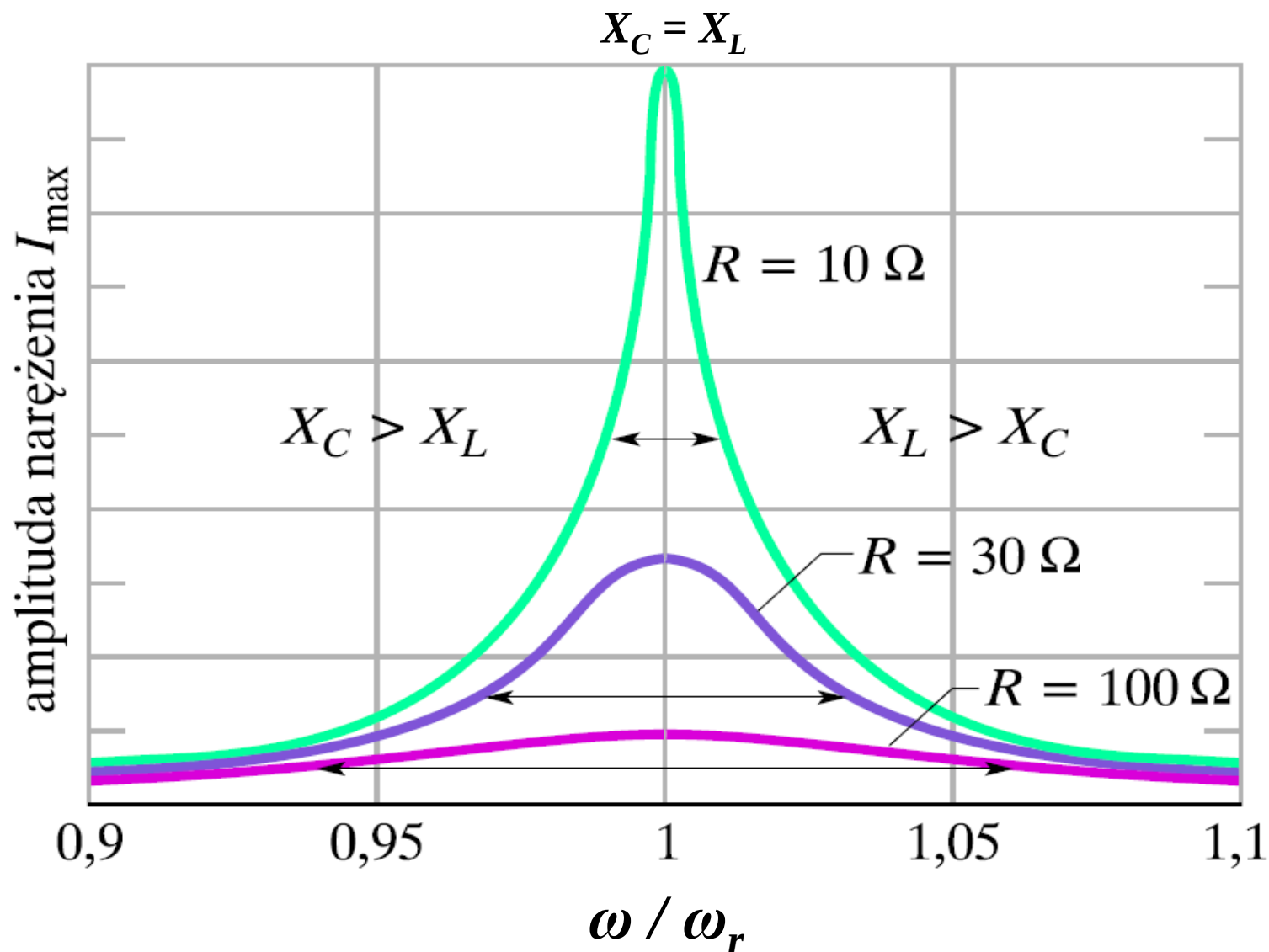
Krzywe rezonansowe obwodu szeregowego RLC (rezonans napięć)



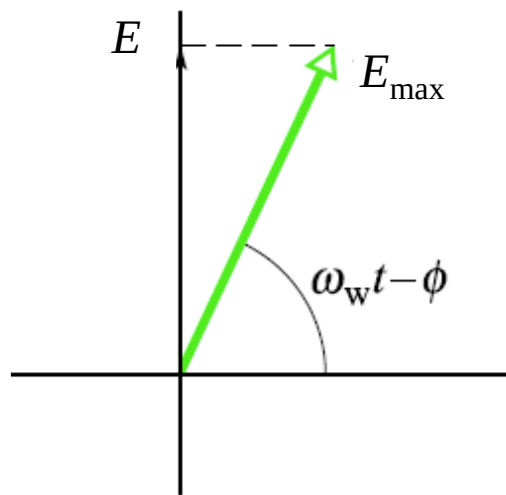
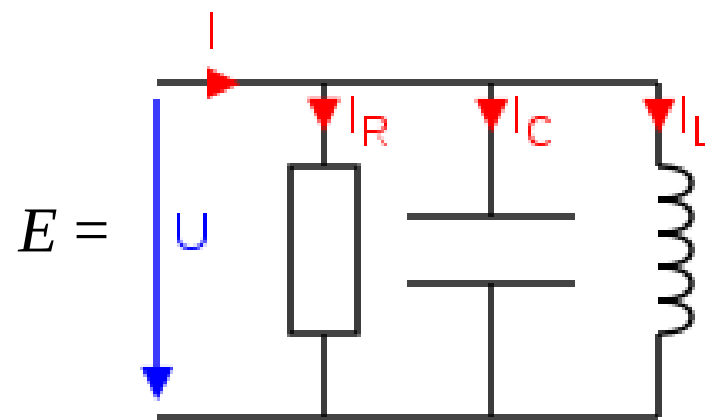
Krzywe rezonansowe obwodu szeregowego RLC (rezonans napięć)

$$L = 100 \mu H$$

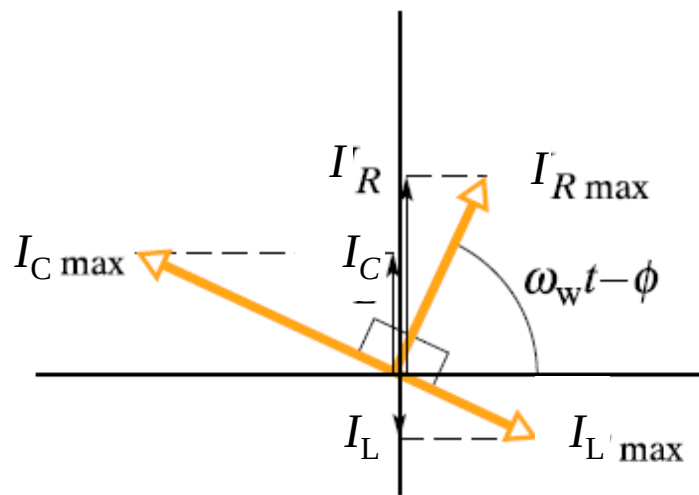
$$C = 100 pF$$



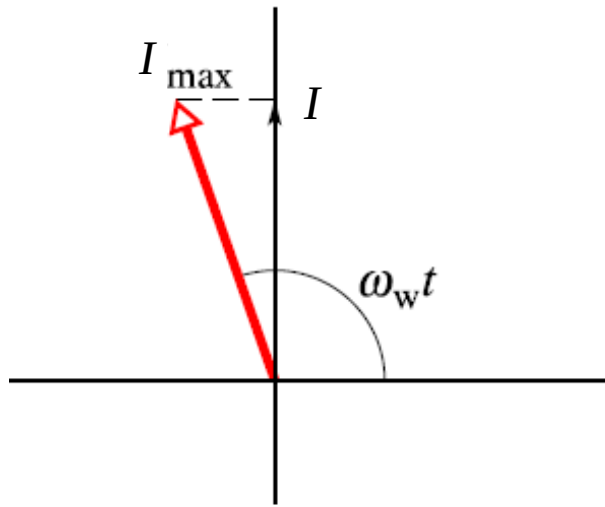
Równolegle połączone elementy RLC zasilane źródłem prądu zmiennego



a)



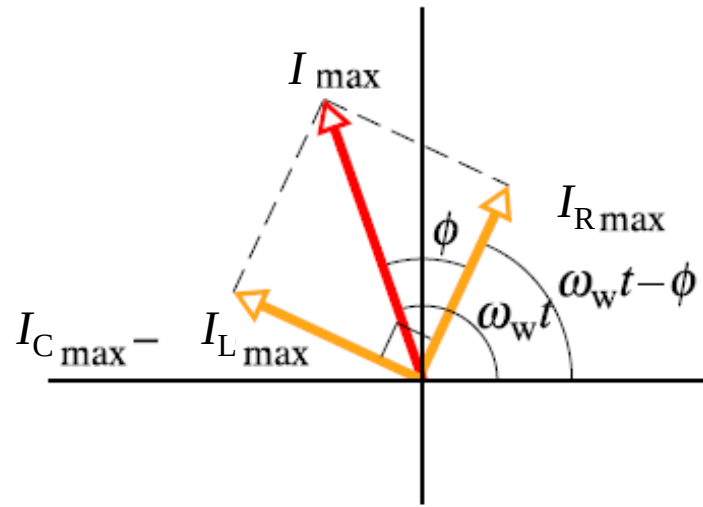
b)



c)

$$I = I_{\max} \sin(\omega t)$$

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C + \vec{I}_L$$



d)

z Pitagorasa

$$I_{\max}^2 = \left(\frac{U_{\max}}{R} \right)^2 + \left(\frac{U_{\max}}{X_C} - \frac{U_{\max}}{X_L} \right)^2$$

Rzut I (rys c) = sumie rzutów (rys b)

$$I_{\max}^2 = \left(\frac{U_{\max}}{R} \right)^2 + \left(\frac{U_{\max}}{X_C} - \frac{U_{\max}}{X_L} \right)^2$$

$$I_{\max}^2 = U_{\max}^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

Admitancja

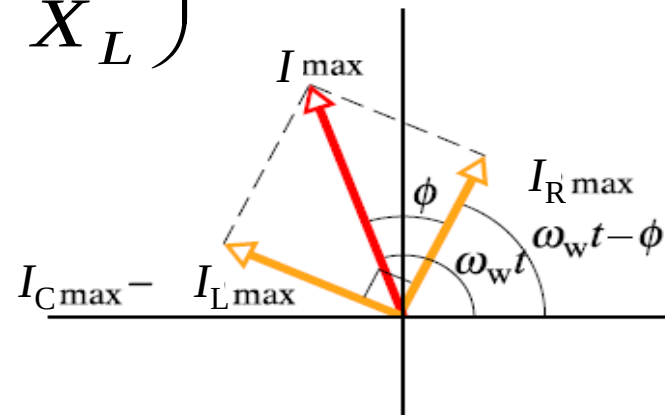
Reaktancja
indukcyjna $X_L = \omega L$

$$I_{\max} = U_{\max} \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}$$

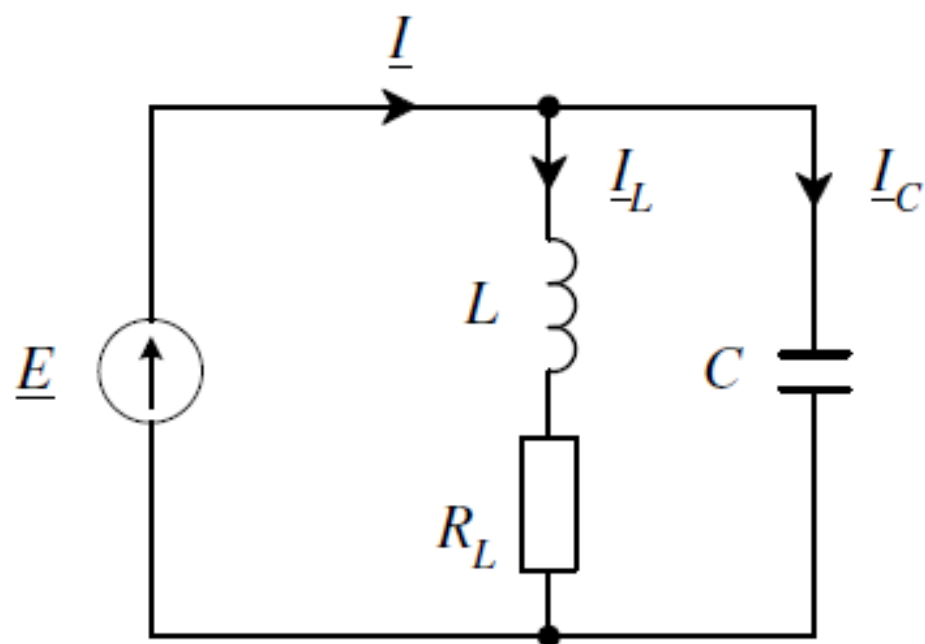
Reaktancja
pojemnościowa $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$\cos \phi = \frac{I_{R\max}}{I_{\max}} = \frac{\frac{U_{\max}}{R}}{\frac{U_{\max}}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

c)



d)



Układ równoległy z rzeczywistą cewką indukcyjną.

Rezonans prądów

Amplituda I_{max}
osiąga minimum gdy

$$I_{max} = U_{max} \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}$$

Częstość kołowa drgań wymuszonych ω jest
równa częstości kołowej drgań swobodnych ω_r
(rezonansowych - własnych drgań obwodu)

czyli $\omega L = \frac{1}{\omega C}$


$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega = \omega_r$$

$$X_L = X_C$$

Krzywe rezonansowe obwodu równoległego RLC (rezonans prądów)

