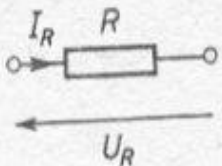
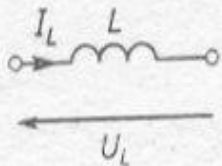
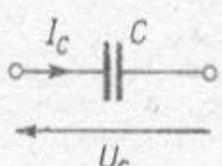


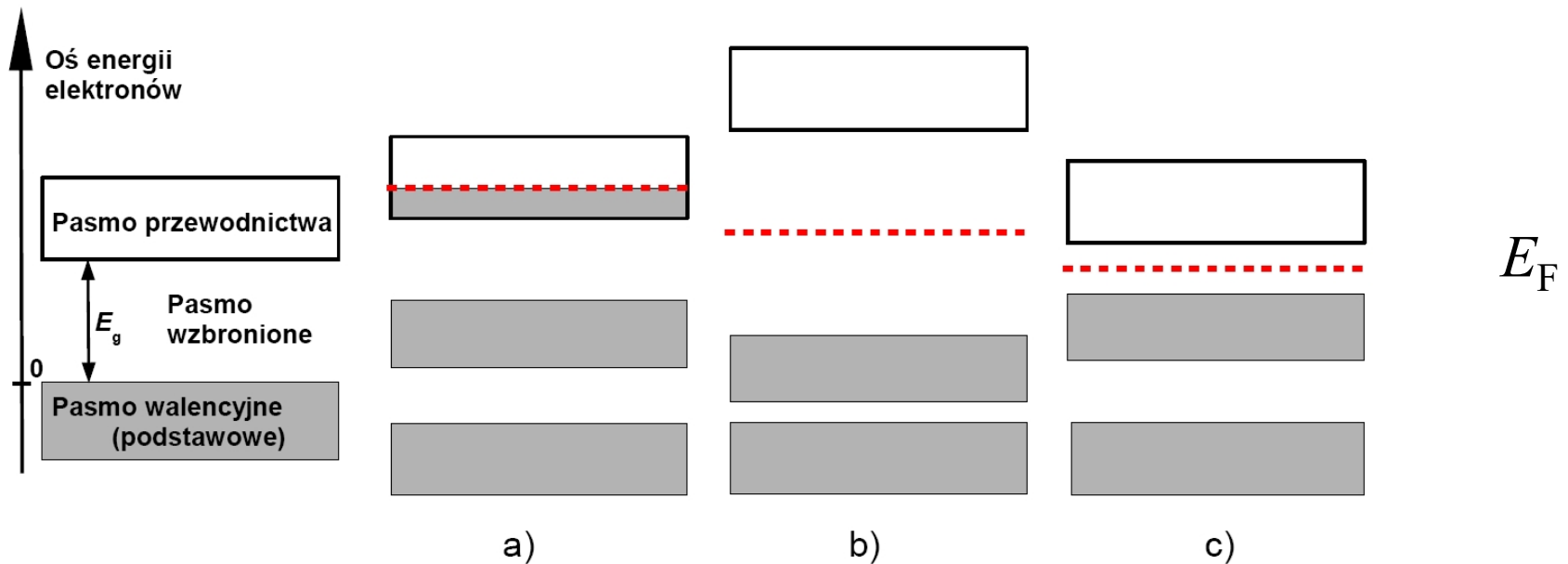
Podstawy elektroniki

Elementy elektroniczne

Podstawowe bierne elementy elektroniczne

Uogólnione prawa Ohma

			
Równania różniczkowe liniowe	$U_R = I_R R$ $I_R = \frac{U_R}{R}$	$U_L = L \frac{dI_L}{dt}$ $I_L = \frac{1}{L} \int U_L dt$	$U_C = \frac{1}{C} \int I_C dt$ $I_C = C \frac{dU_C}{dt}$



Pasma energetyczne w ciele stałym: a) metal, b) izolator, c) półprzewodnik. Linia przerywana oznacza położenie poziomu Fermiego. Po lewej stronie uproszczony model struktury pasmowej ze wskazaniem jej podstawowych części.

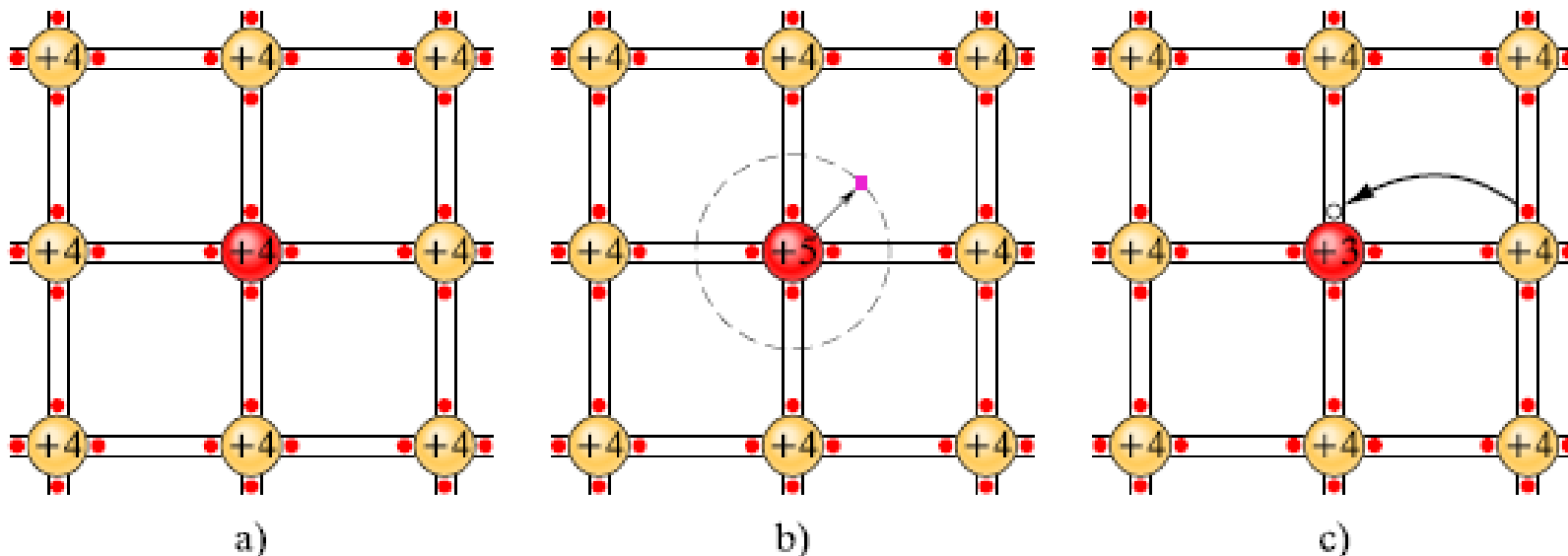
Poziom Fermiego (czerwona linia przerywana), poniżej którego wszystkie dla $T = 0 \text{ K}$ wszystkie poziomy są obsadzone, a powyżej – puste.

Metale $E_g = 0 \text{ eV}$ - dobre przewodniki.

Izolatory jak diament czy kwarc (SiO_2) $E_g \geq \text{ok. } 5 \text{ eV}$.

Półprzewodniki $0 \text{ eV} < E_g \leq \text{ok. } 3 \text{ eV}$, wartość przerwy energetycznej jest na tyle mała, że niektóre elektrony mogą ją pokonać nawet w temperaturze pokojowej dzięki swojej energii kinetycznej ruchu termicznego.

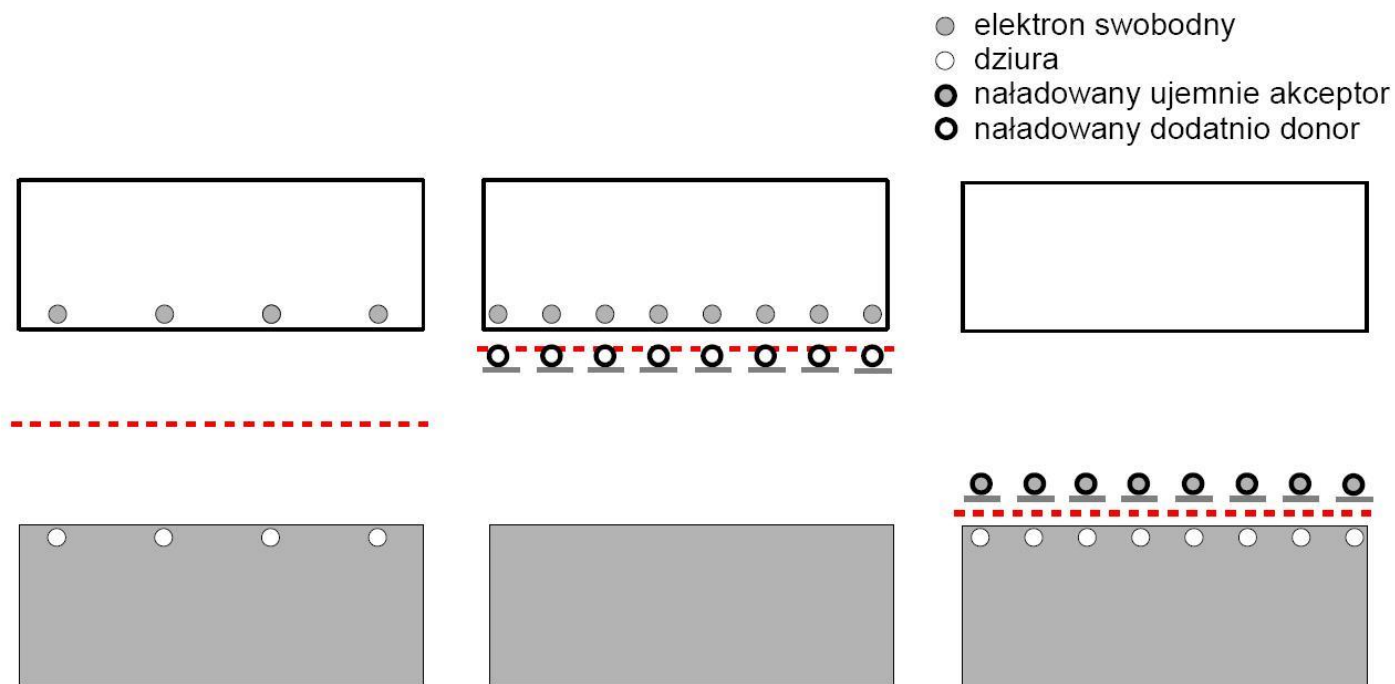
Półprzewodniki



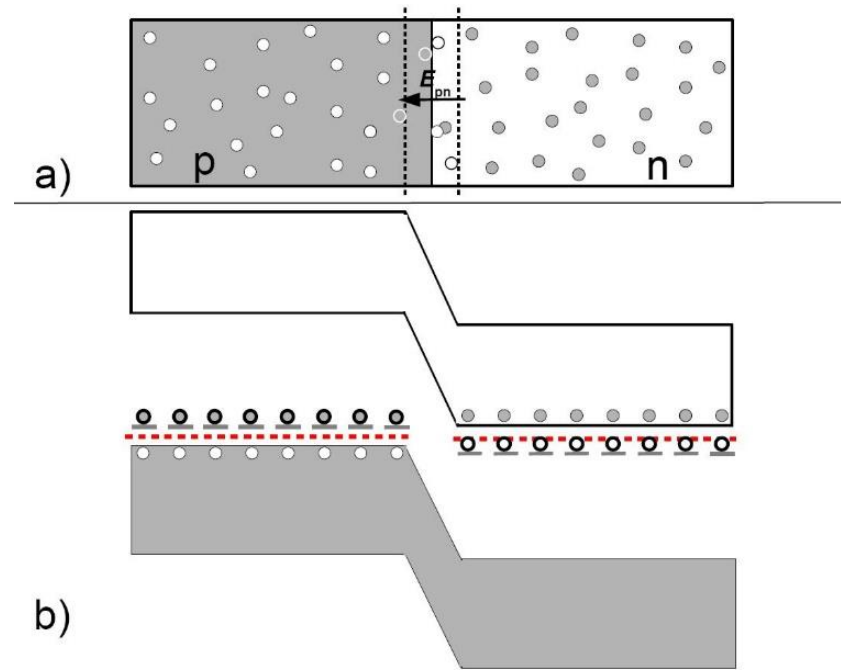
a) Si czysty

b) Si domieszkowany fosforem (+donor, $w = 5$) – typ **n**

c) Si domieszkowany glinem (-akceptor, $w = 3$) – typ **p**

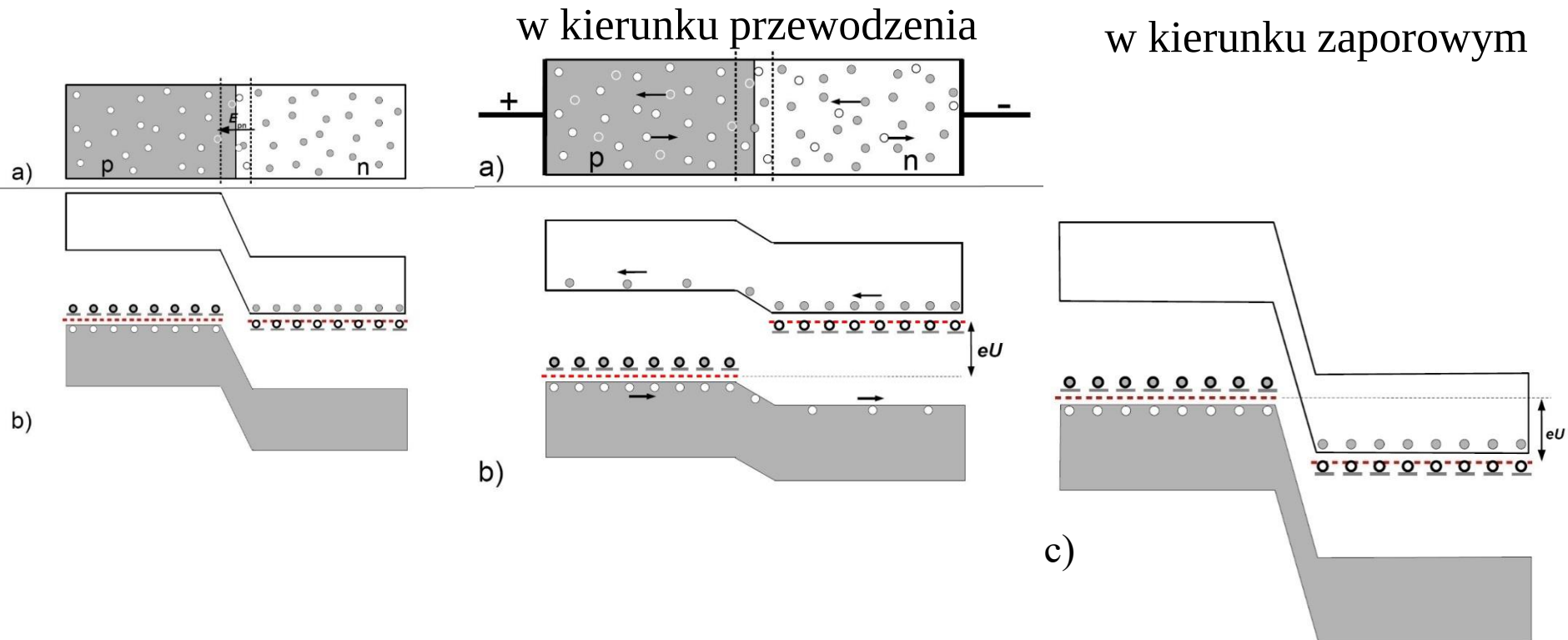


Struktura pasmowa półprzewodnika: a) samoistnego, b) typu n, c) typu p.



(a) Rozmieszczenie nośników swobodnych w obrębie złącza p-n. W obszarze przejściowym, ograniczonym liniami przerywanymi, dochodzi do rekombinacji par dziura-elektron i pojawia się pole elektryczne wstrzymujące ruch dyfuzyjny nośników. (b) Przesunięcie poziomów energetycznych w wyniku przemieszczenia się nośników swobodnych.

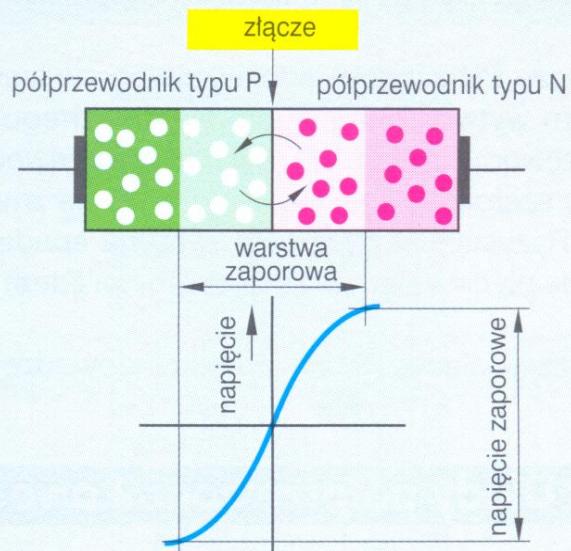
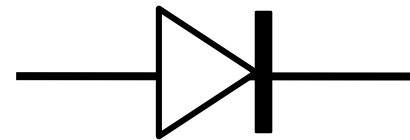
Polaryzacja złącza p-n



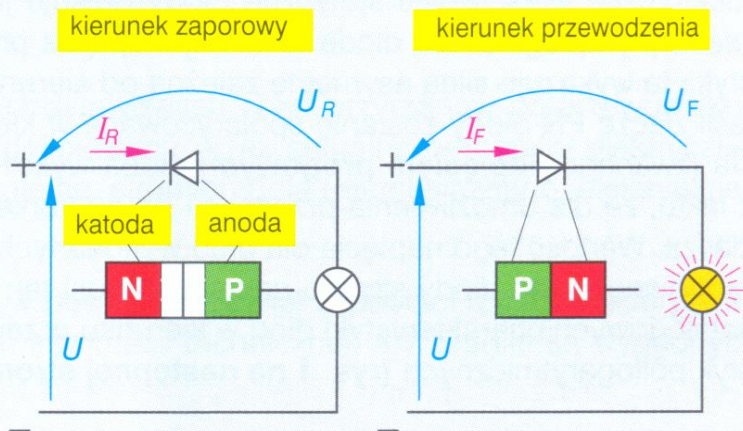
Polaryzacja złącza p-n w kierunku przewodzenia powoduje uporządkowany ruch nośników. b) Zmniejszenie różnicy energii pasm czyli bariery energetycznej w półprzewodnikach p i n tworzących złącze w wyniku przyłożenia zewnętrznego napięcia U .

C) przepływ prądu przez złącze praktycznie ustaje gdyż obniżają się poziomy energetyczne w obrębie półprzewodnika typu n i podwyższają się dla typu p. Bariera energetyczna wzrasta o dodatkową wartość $e \cdot U$, maleje liczba elektronów swobodnych o takiej energii termicznej, by mogły pokonać barierę na drodze do obszaru p oraz dziur, które przeszłyby do obszaru n

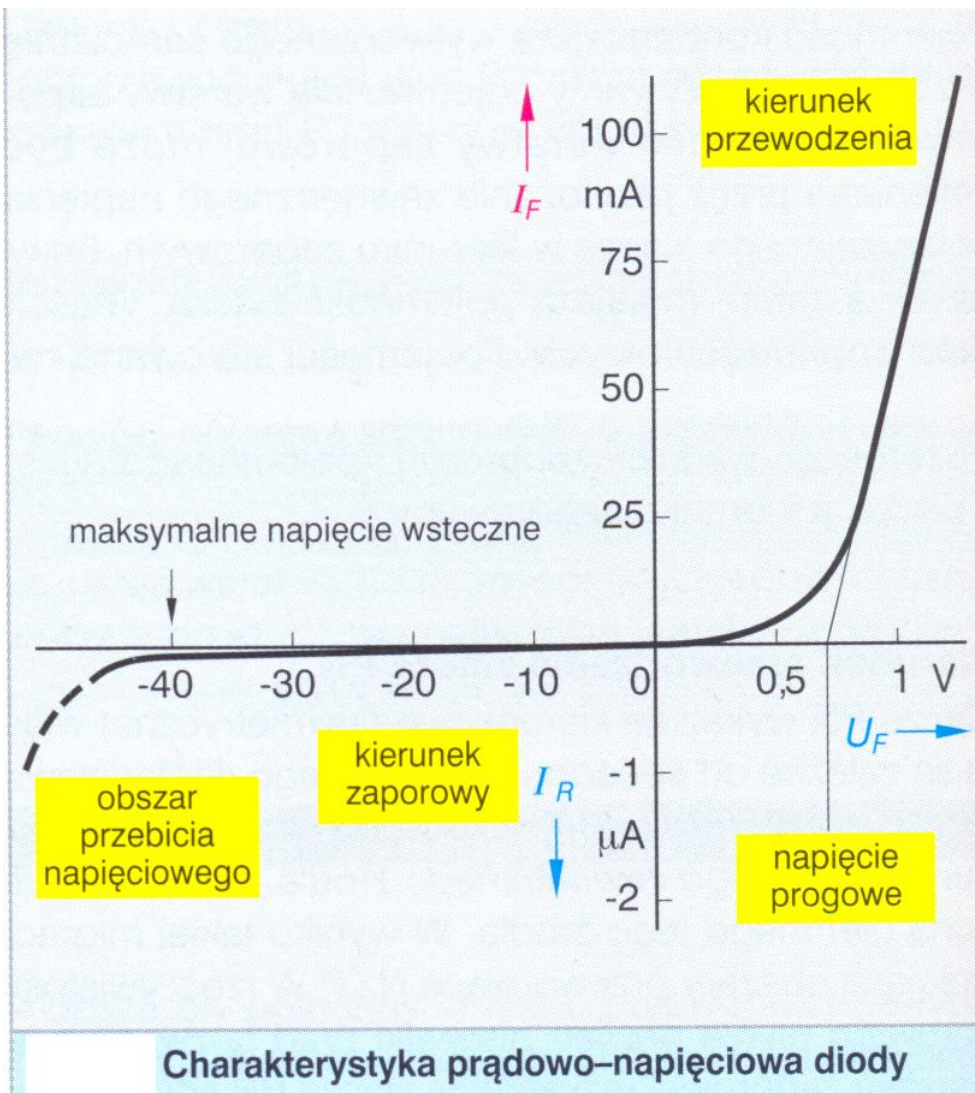
Dioda



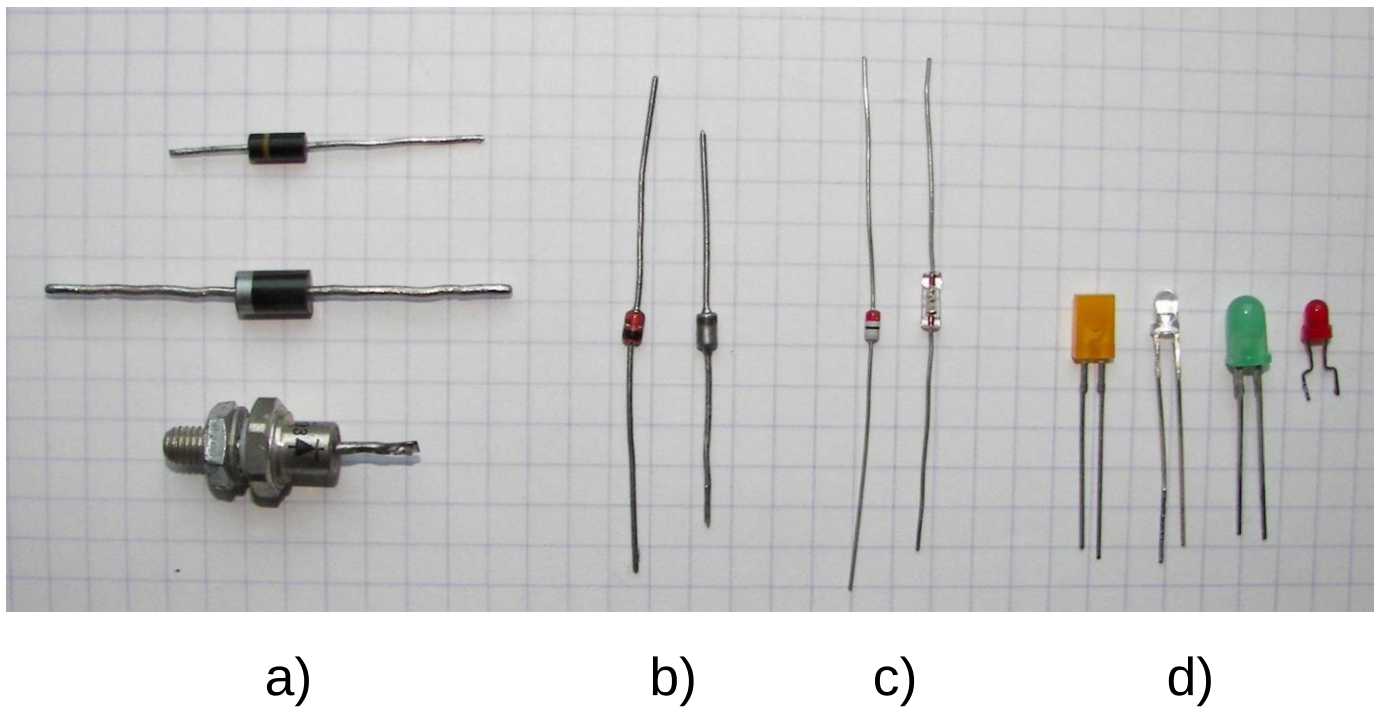
Rys. 1. Niespolaryzowane złącze PN



Rys. 2. Efekt zewnętrznej polaryzacji złącza PN



Charakterystyka prądowo-napięciowa diody



Wybrane typy diod półprzewodnikowych: a) prostownicze, b) stabilizacyjne (diody Zenera), c) detekcyjne, d) świecące (LED).

Tranzystory

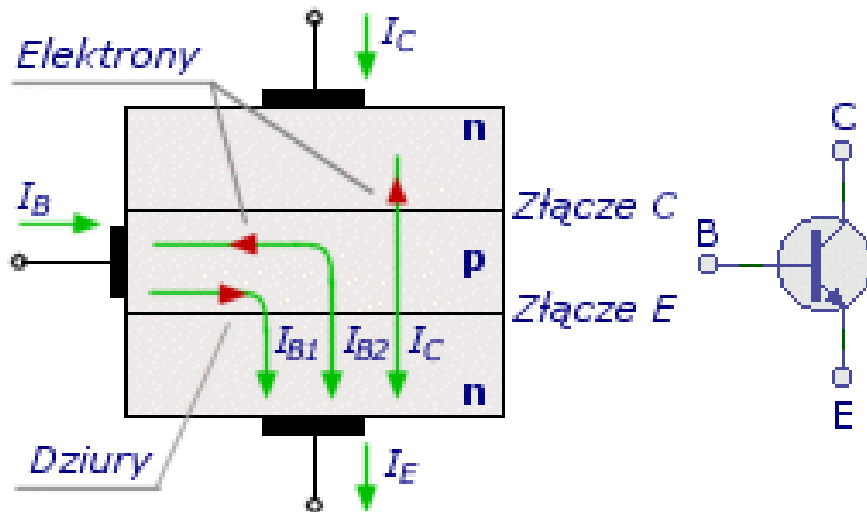
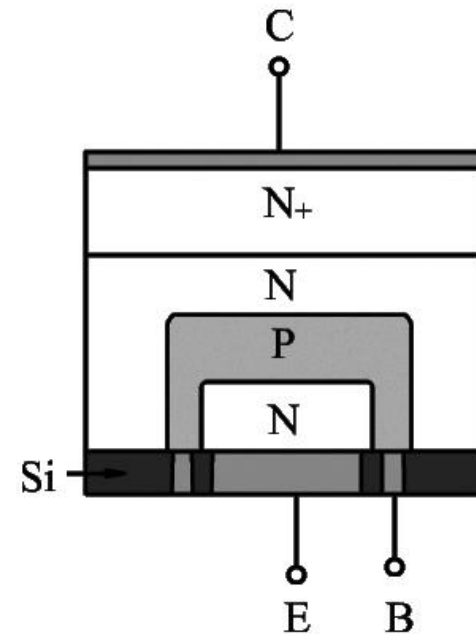
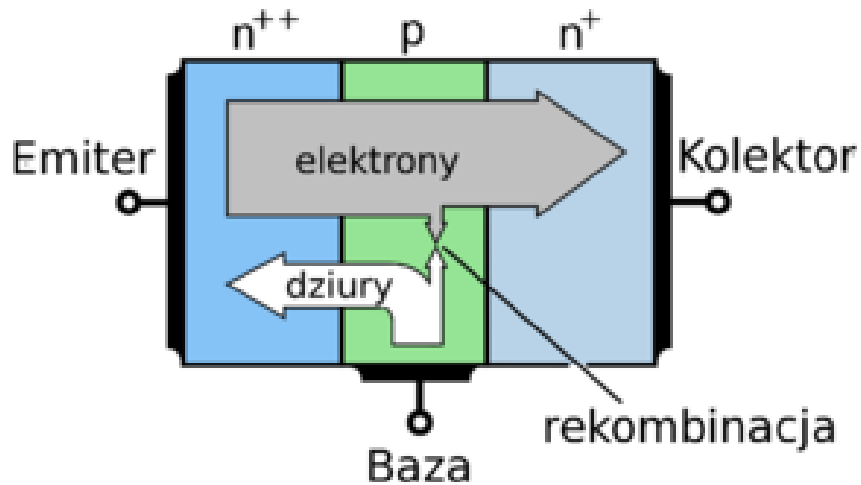
Czynny element elektroniczny

Wyróżnia się dwie główne grupy tranzystorów, które różnią się zasadniczo budową zasadą działania:

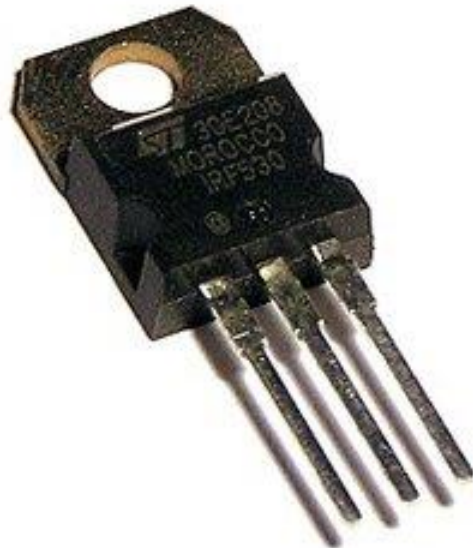
- 1. Tranzystory bipolarne, w których prąd wyjściowy jest funkcją prądu wejściowego (sterowanie prądowe).**
- 2. Tranzystory unipolarne (polowe), w których prąd wyjściowy jest funkcją napięcia (sterowanie napięciowe).**

Tranzystor bipolarny - czynny element elektroniczny

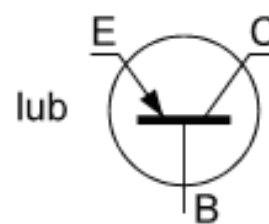
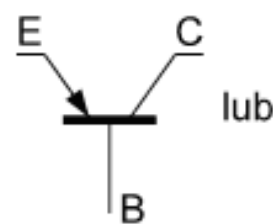
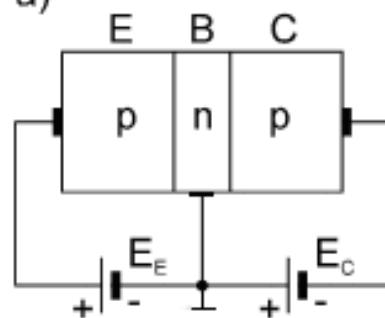
Tranzystor n-p-n



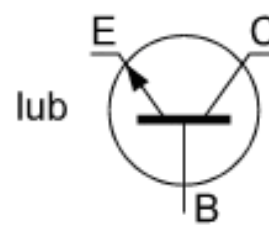
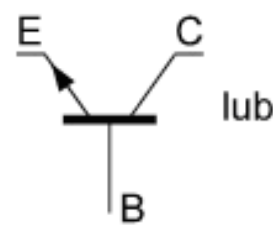
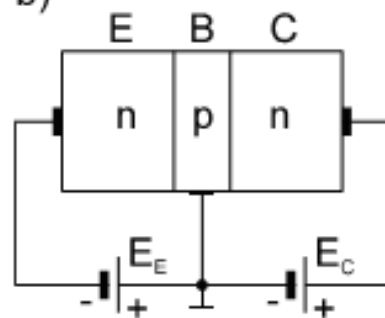
Tranzystory



a)



b)



Prąd elektronowy płynący w tranzystorze NPN dzieli się na prąd bazy i prąd kolektora (**rys. 1**). Jeśli prąd bazy nie płynie, to nie płynie również prąd kolektora. Zatem sterowanie prądu kolektora wymaga dostarczenia pewnej mocy wynikającej z przepływu prądu bazy i spadku napięcia na złączu baza–emiter.

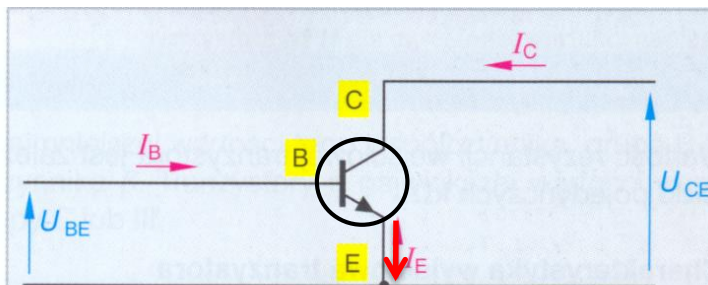
Sterowanie tranzystorów bipolarnych wymaga dostarczenia mocy sterowania.

W tranzystorach bipolarnych występuje również prąd wsteczny I_{CB0} (prąd wsteczny złącza kolektor–baza przy otwartym emiterze). Ten niepożądany prąd występuje w wyniku zachodzenia zjawiska tworzenia się par elektron–dziura i nosi nazwę **prądu zerowego kolektora**. Ponieważ intensywność tworzenia par dziura–elektron jest funkcją temperatury, to także wartość prądu zerowego kolektora jest zależna od temperatury złącza. Prąd zerowy kolektora tworzy wraz z częścią prądu emitera prąd kolektora I_C (rys. 1).

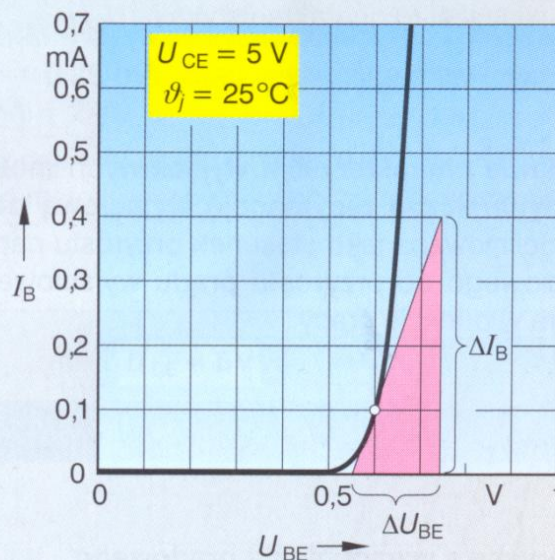
Charakterystyki tranzystorów bipolarnych

W celu ułatwienia jednoznacznego porównywania parametrów tranzystorów ujednolicono ich oznaczenia i nazewnictwo charakterystycznych napięć i prądów tranzystorów bipolarnych (**rys. 2**). Napięcia oznaczane są przez zastosowanie odpowiednich reguł indeksowania. Na przykład napięcie U_{BE} oznacza różnicę potencjałów bazy i emitera. W rzeczywistych układach napięcie to może przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne.

Oznaczenia: $U_{BE} = -0,7 \text{ V}$, $-U_{BE} = 0,7 \text{ V}$, $U_{EB} = 0,7 \text{ V}$ są równoważne i wskazują na wyższy potencjał emitera względem bazy.



Rys. 2. Kierunki i oznaczenie prądów i napięć w tranzystorze typu NPN



Rys. 3. Charakterystyka wejściowa tranzystora NPN

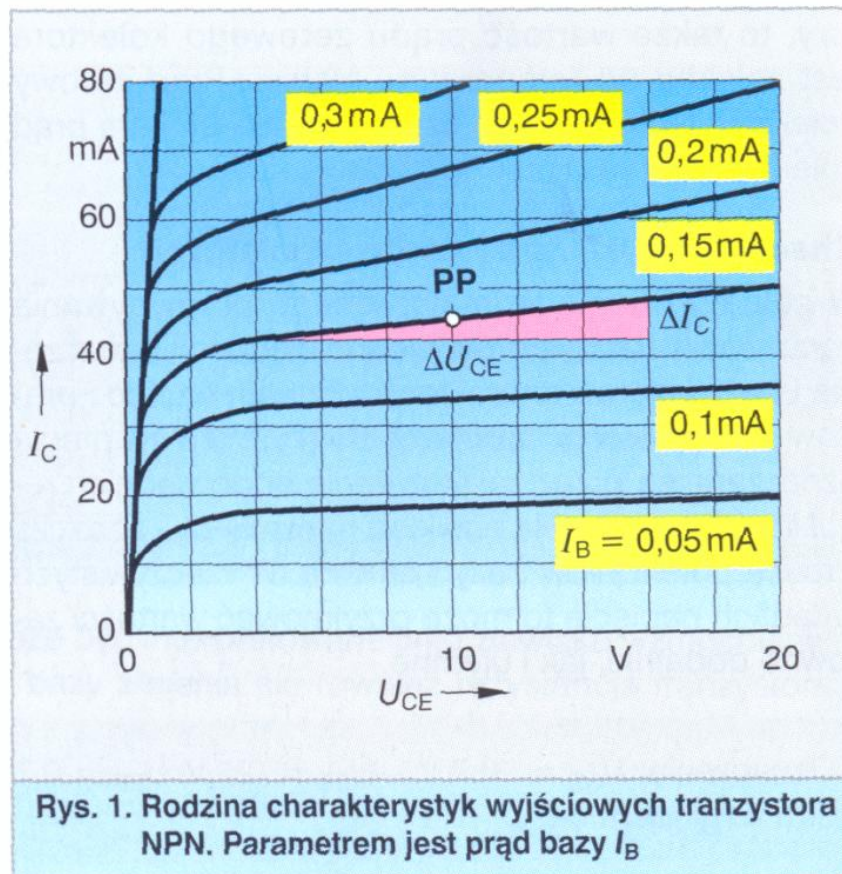
Charakterystyka wyjściowa tranzystora przedstawia zależność prądu wyjściowego od napięcia wyjściowego, a więc jest to charakterystyka $I_C(U_{CE})$.

Na podstawie charakterystyk wyjściowych można określić **dynamiczną rezystancję wyjściową tranzystora**, definiowaną jako stosunek przyrostu napięcia wyjściowego do przyrostu prądu wyjściowego tranzystora w punkcie pracy

$$r_{CE} = \Delta U_{CE} / \Delta I_C$$

Charakterystyka wzmocnienia prądowego tranzystora

Zależność prądu wyjściowego tranzystora (prądu kolektora) od prądu wejściowego tranzystora (prądu bazy) w warunkach stałego napięcia wyjściowego (kolektor–emiter) definiowana jest jako charakterystyka wzmocnienia prądowego tranzystora (**rys. 1 na następnej stronie**).

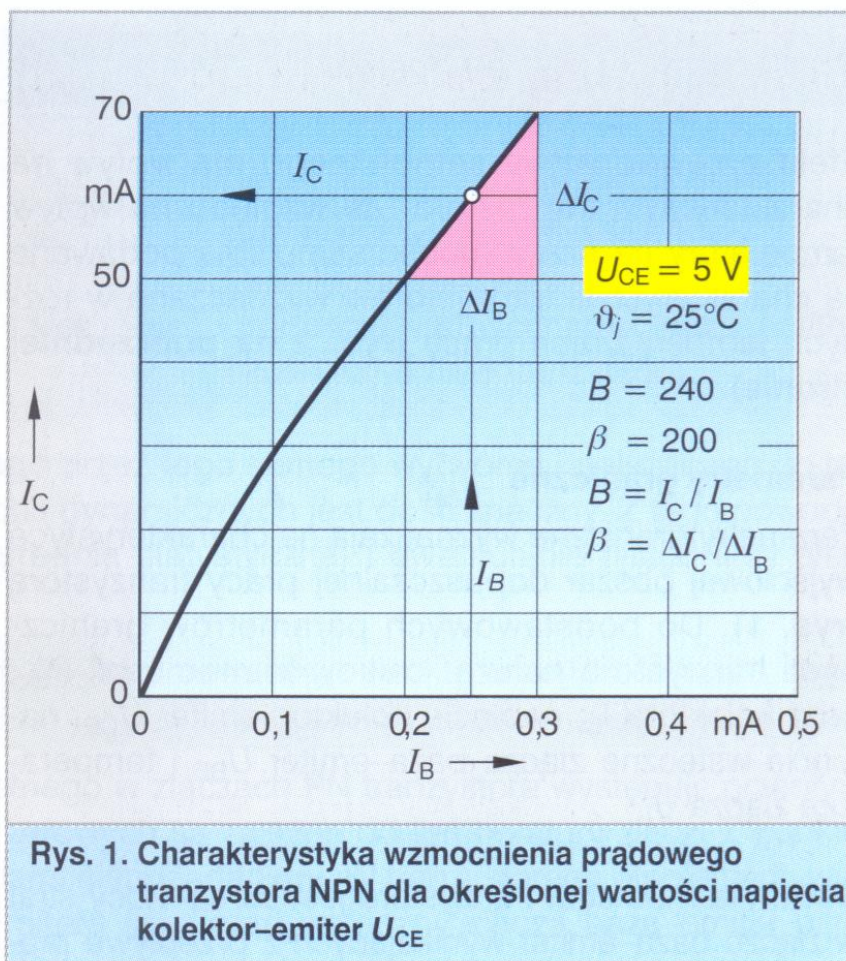


Stosunek wartości I_C/I_B określany jest jako **wielkosygnalowy współczynnik wzmacnienia prądowego** i oznaczany symbolem B .

Nachylenie wyjściowej charakterystyki prądowej, a więc stosunek wartości $\Delta I_C / \Delta I_B$, określany jest jako **małosygnalowy współczynnik wzmacnienia prądowego** lub jako **zwarciovowy współczynnik wzmacnienia prądowego** i oznaczany symbolem β .

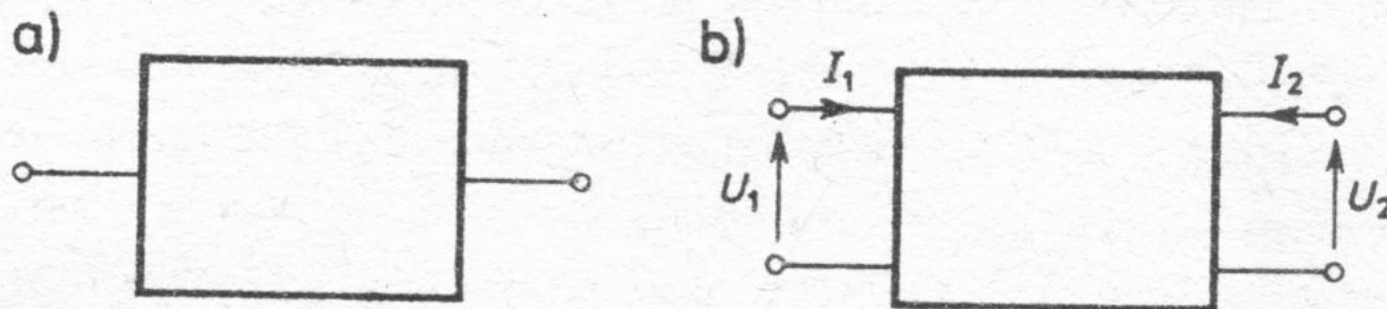
Wielkosygnalowy współczynnik wzmacnienia prądowego B jest istotny w analizie układów elektronicznych wzmacniających sygnały zawierające składową stałą. Małosygnalowy współczynnik wzmacnienia prądowego β jest istotny w analizie układów wzmacniających sygnały zawierające składowe zmienne.

Ze względów praktycznych tranzystory są dzielone na grupy lub klasy w zależności od wartości wyjściowego zwarciovowego współczynnika wzmacnienia prądowego. Grupa A lub I oznacza tranzystory o najmniejszej wartości tego współczynnika, grupa B lub II oznacza tranzystory z pośrednią wartością współczynnika β . Tranzystory o największej wartości współczynnika wzmacnienia prądowego zaliczane są do grupy C lub III.



Rys. 1. Charakterystyka wzmacnienia prądowego tranzystora NPN dla określonej wartości napięcia kolektor-emiter U_{CE}

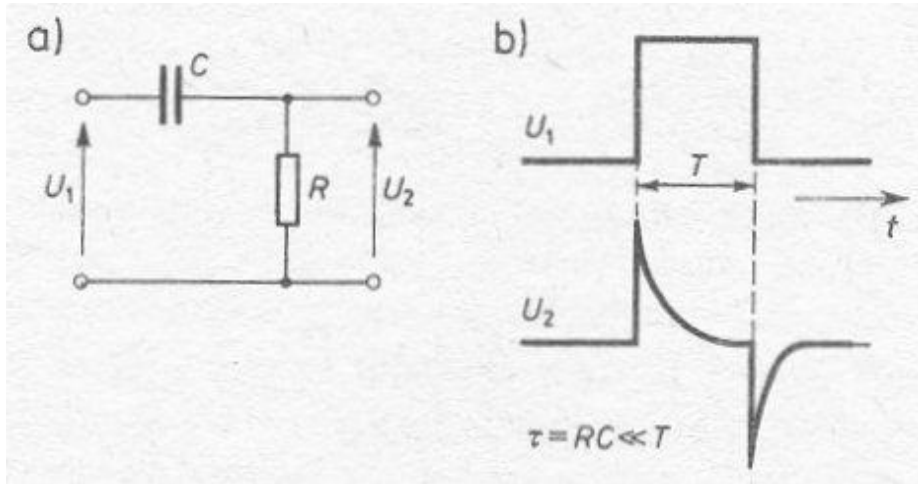
Układy analogowe

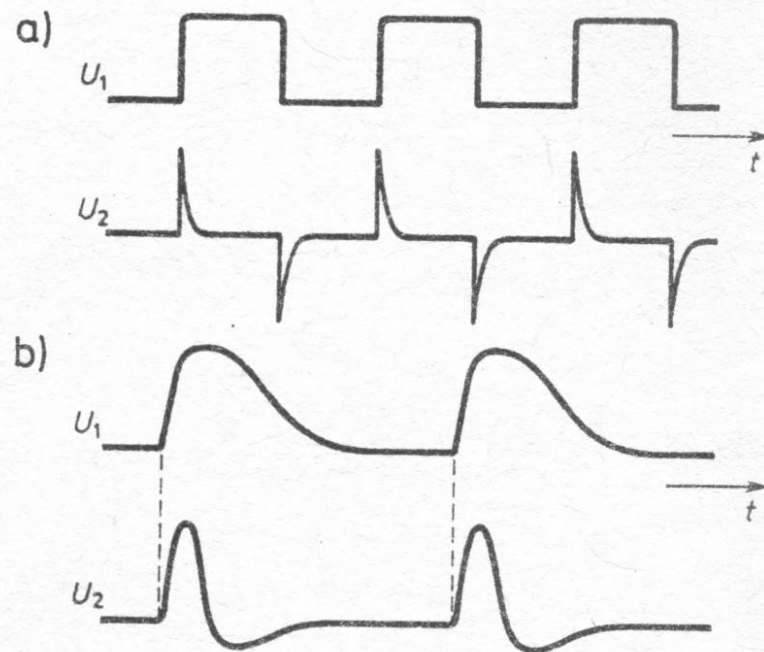


Schemat blokowy: a) dwójnika, b) czwórnika

Układ różniczkujący

Nazwa wywodzi się stąd, że przy odpowiednio dobranej, niewielkiej wartości τ , oraz dla tych przedziałów czasu, w których szybkość zmian napięcia u_2 jest niewielka napięcie wyjściowe jest w przybliżeniu proporcjonalne do pochodnej napięcia wejściowego du_1/dt . Ta własność umożliwia kształtowanie impulsów o amplitudzie zależnej od szybkości narastania bądź opadania napięcia sterującego, a więc od impulsów wyzwalających w chwilach czasowych, odpowiadających zboczom dowolnego przebiegu impulsowego. Kształtowanie impulsów w układzie różniczkującym RC jest tym bardziej zbliżona do różniczkowania, im mniejsza jest stała czasowa τ obwodu.





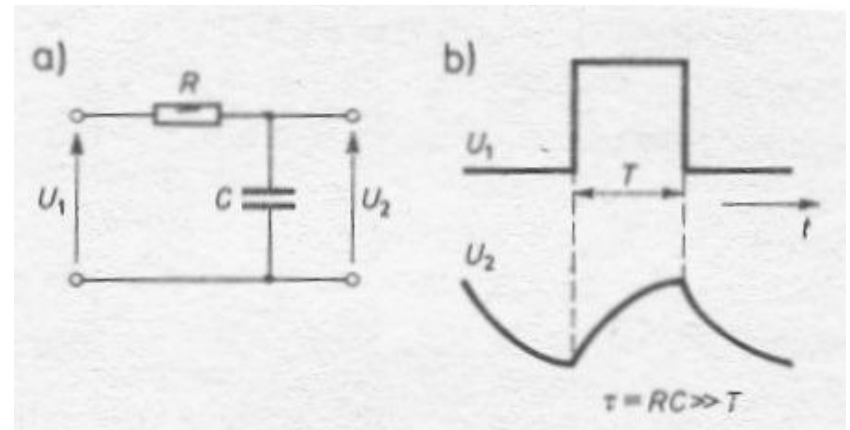
Rys. 93. Zastosowanie układów różniczkujących: a) do wytwarzania impulsów szpilkowych, b) do skracania czasu trwania impulsów

Układ całkujący

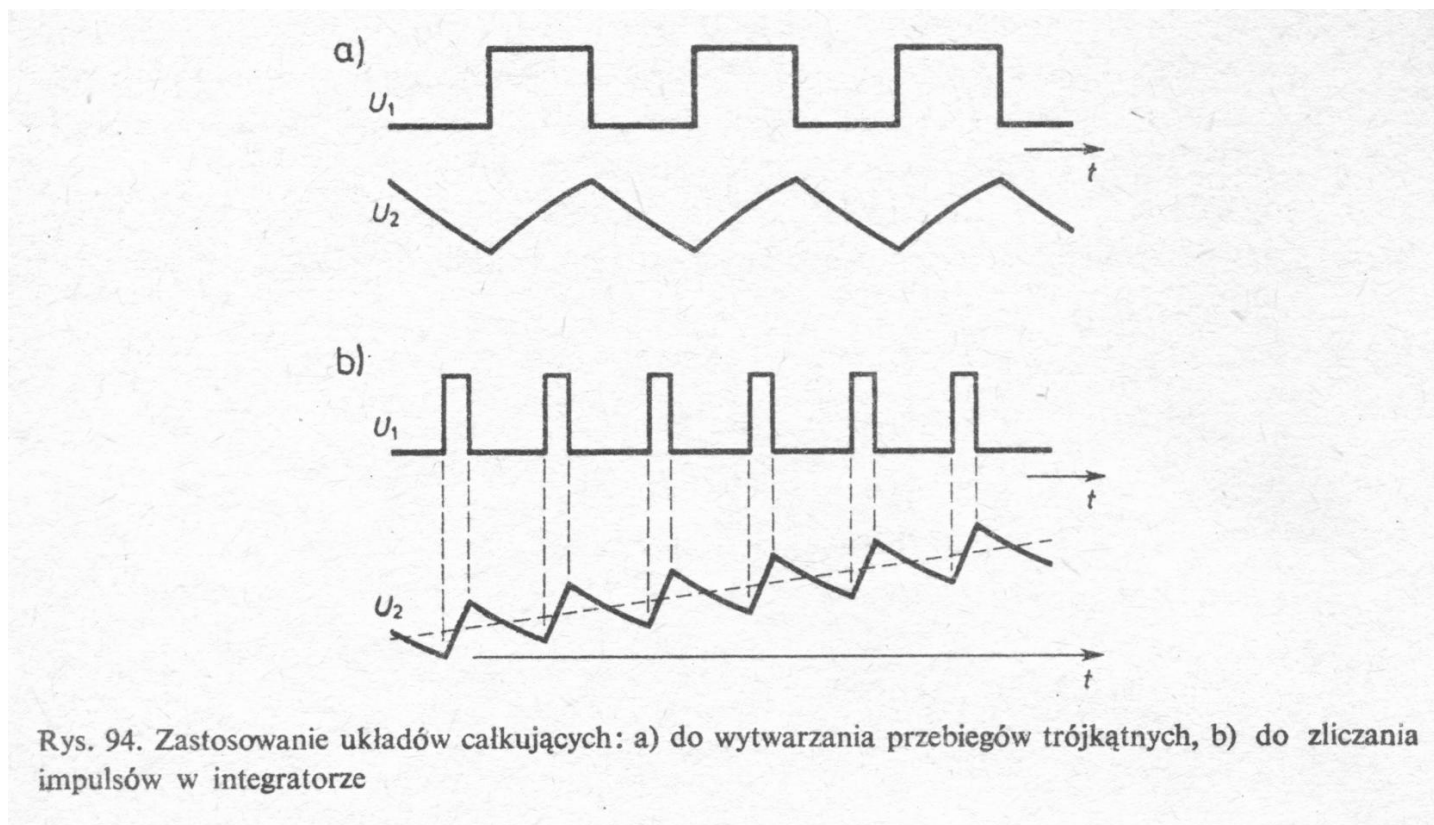
Zależność napięcia wyjściowego $u_2(t)$ od napięcia wejściowego $u_1(t)$ przy zerowych warunkach początkowych jest określona równaniem różniczkowym:

$$u_1 = \tau \frac{du_2}{dt} + u_2 \quad \tau = RC \quad - \text{stała czasowa układu}$$

Przebieg wyjściowy $u_2(t)$ jest w przybliżeniu proporcjonalny do całki napięcia wejściowego, gdy zachodzi warunek:



Układ jest wykorzystywany przede wszystkim do kształtowania przebiegów, których amplituda jest w przybliżeniu proporcjonalna do czasu np. w układach opóźniających, układach separacji impulsów o określonym czasie trwania. W zastosowaniach tych stała czasowa powinna być tak dobierana, aby spełniony był powyższy warunek, czyli w odróżnieniu od układu różniczkującego wartość τ powinna być jak największa.



Rys. 94. Zastosowanie układów całkujących: a) do wytwarzania przebiegów trójkątnych, b) do zliczania impulsów w integratorze

Filtry pasywne

Filtrem częstotliwości nazywamy układ o strukturze czwórnika który przepuszcza bez tłumienia lub z małym tłumieniem napięcia i prądy o określonym paśmie częstotliwości, a tłumí napięcia i prądy leżące poza tym pasmem. Filtry częstotliwości mają głównie zastosowanie w urządzeniach elektronicznych i energetycznych. Umieszczone pomiędzy źródłem sygnału a odbiornikiem powodują, że do odbiornika dostaje się sygnał o pożądanym widmie częstotliwości, co oznacza, że z sygnału dostarczanego przez źródło został wyeliminowany sygnał o częstotliwości mieszczącej się w paśmie tłumieniowym. Pasma częstotliwości, które filtr przepuszcza bez tłumienia (lub z małym tłumieniem) nosi nazwę pasma przepustowego, zaś pasmo, w którym napięcia i prądy podlegają tłumieniu nosi nazwę pasma tłumieniowego. Częstotliwość, która stanowi granicę pomiędzy pasmem przepustowym a pasmem tłumienia, nazywana jest częstotliwością graniczną. Filtr może mieć kilka częstotliwości granicznych. Wartość częstotliwości granicznej filtru może być wyznaczana zarówno w oparciu o wartości elementów, z których zbudowany jest filtr jak i z częstotliwościowej charakterystyki napięciowej ($U_{wy}=f(U_{we})$) lub prądowej filtru.

Czyli prościej - filtr jest obwodem, który przepuszcza jedne częstotliwości sygnału, a tłumi inne:

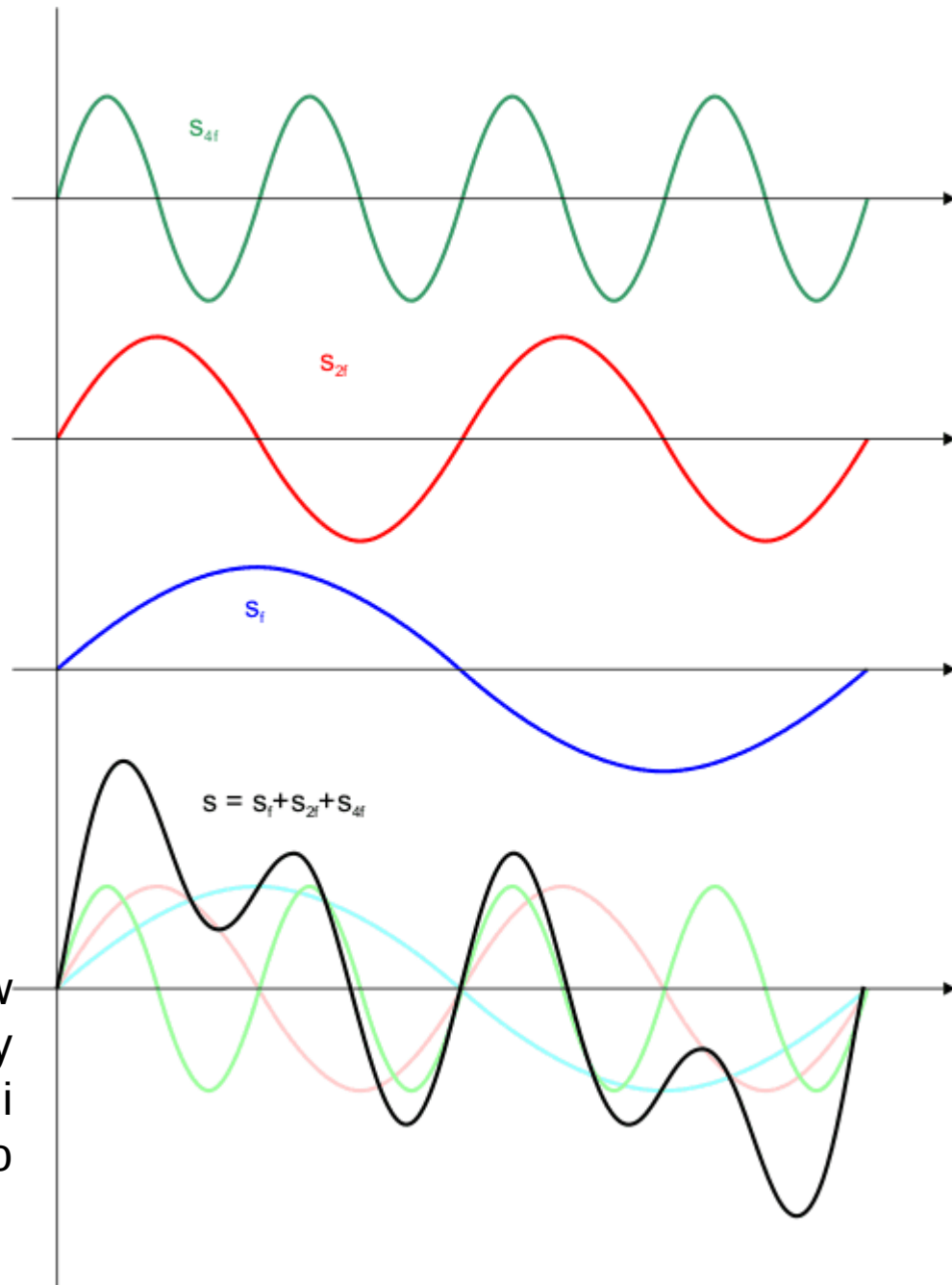


W ten sposób filtr może wydobyć z sygnału pożądane częstotliwości, a usunąć inne, których nie chcemy.

Sygnał sinusoidalny będziemy nazywali sygnałem prostym. Sygnały sinusoidalne s_f , s_{2f} i s_{4f} nazywamy sygnałami składowymi sygnału s . Jeśli częstotliwości sygnałów składowych są wielokrotnościami częstotliwości podstawowej, to nazywamy te sygnały harmonicznymi:

- Sygnał s_f jest pierwszą harmoniczną o częstotliwości f .
- Sygnał s_{2f} jest drugą harmoniczną o częstotliwości $2f$.
- Sygnał s_{4f} jest czwartą harmoniczną o częstotliwości $4f$.

Sygnał złożony jest sumą sygnałów prostych. Załóżmy, że mamy trzy sygnały proste kolejno o częstotliwościach f , $2f$ i $4f$. Sygnał będący ich sumą zaznaczono na czarno.



Filtry pozwalają wzmacniać lub tłumić określone harmoniczne sygnału złożonego. Z tego powodu filtry dzielimy na kilka podstawowych rodzajów.

Filtr dolnoprzepustowy (FDP) przepuszcza składowe o częstotliwościach niższych od **częstotliwości granicznej**, a tłumi składowe o częstotliwościach powyżej częstotliwości granicznej.



Filtr górno-przepustowy (FGP) przepuszcza składowe o częstotliwościach wyższych od **częstotliwości granicznej**, a tłumi składowe o częstotliwościach poniżej częstotliwości granicznej.



Filtr środkowo-przepustowy (FPP) przepuszcza składowe o częstotliwościach leżących w pobliżu **częstotliwości granicznej**, a tłumi składowe o częstotliwościach poniżej i powyżej częstotliwości granicznej. Filtry takie nazywamy również filtrami **pasmowo-przepustowymi** lub filtrami pasmowymi, ponieważ przepuszczają pewne pasmo częstotliwości, tłumiąc pozostałe.



Filtr środkowo (pasmowo)-zaporowy (FPZ) tłumi składowe o częstotliwościach leżących w pobliżu **częstotliwości granicznej**, a przepuszcza składowe o częstotliwościach poniżej i powyżej częstotliwości granicznej. Filtry takie nazywamy również filtrami **pasmowo-zaporowymi**, ponieważ tłumią pewne pasmo częstotliwości, przepuszczając pozostałe.



Oprócz powyższego podziału filtrów, filtry dzielimy również w zależności od rodzaju użytych elementów lub metody filtrowania:

Filtry pasywne są filtrami zbudowanymi tylko z elementów pasywnych takich jak oporniki, kondensatory i cewki.

Filtry aktywne oprócz elementów pasywnych (rezystory, kondensatory, cewki) posiadają również elementy aktywne (tranzystory, wzmacniacze operacyjne).

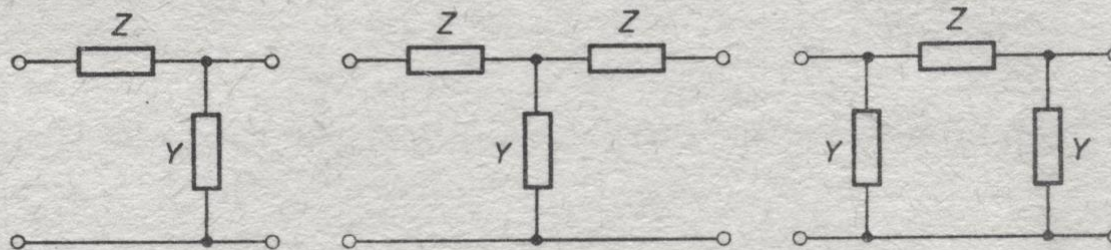
Filtry analogowe są to filtry pasywne lub aktywne, które przetwarzają sygnały analogowe.

Filtry cyfrowe przetwarzają sygnały cyfrowe, dyskretne.

Filtry pasywne

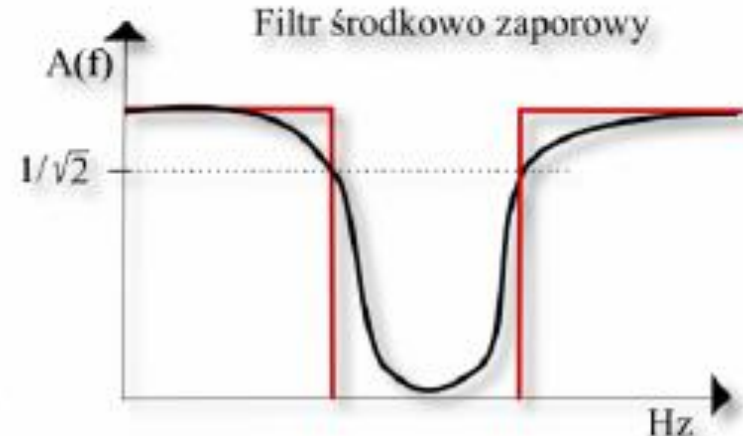
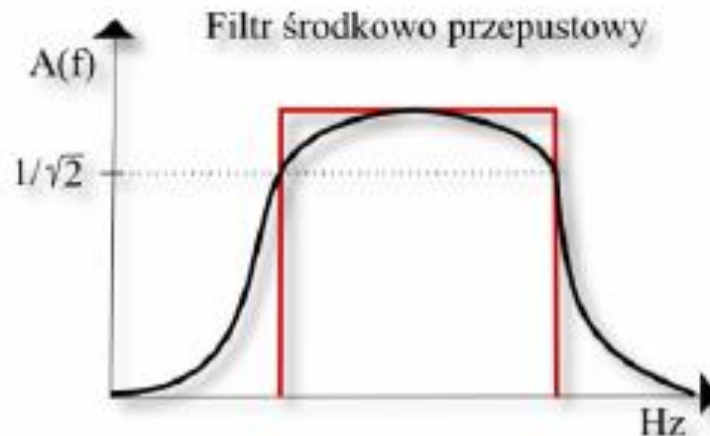
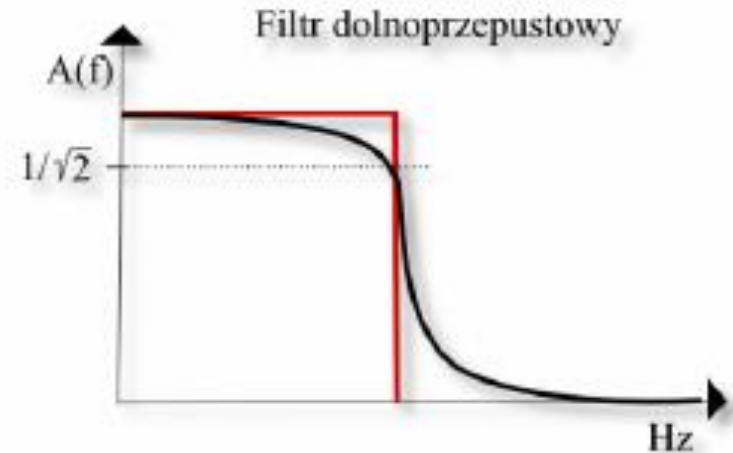
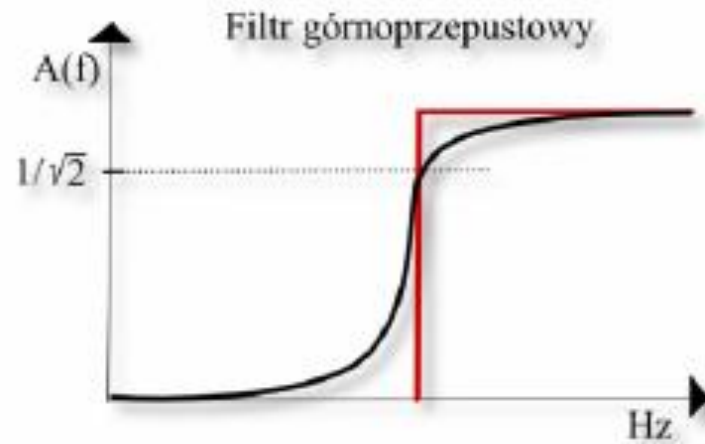
FILTRY:	FDP	FGP	FPP	FPZ
bezstratne:				
stratne:				

Rodzaje filtrów elektrycznych



Ogniwa czwórnika typu Γ , T i Π

Charakterystyki filtrów



- Przykładowa rzeczywista charakterystyka amplitudowa filtru
- Idealna charakterystyka amplitudowa filtru

Częstotliwość graniczna filtru - częstotliwość krańcowa pasma przepuszczania dla danego filtru, zwykle wyznaczana za pomocą kryterium 3 dB czyli spadek wartości sygnału wyjściowego do $\frac{1}{\sqrt{2}}$ wartości sygnału pierwotnego (wejściowego);

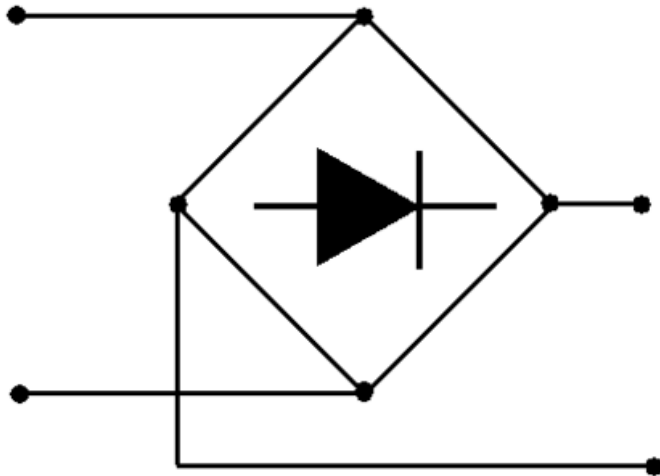
UKŁADY ELEKTRONICZNE

Układy zasilające

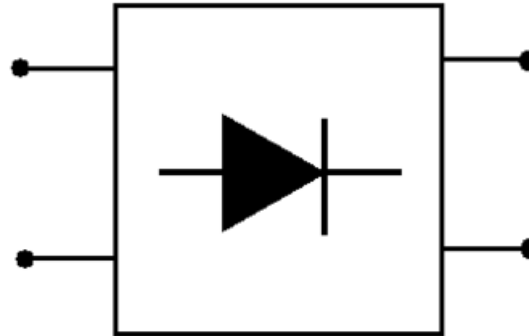
Prostownik

jest to element lub zestaw elementów elektronicznych służący do zamiany napięcia przemiennego na napięcie jednego znaku, które po dalszym odfiltrowaniu może być zmienione na napięcie stałe.

Symbole na schematach blokowych

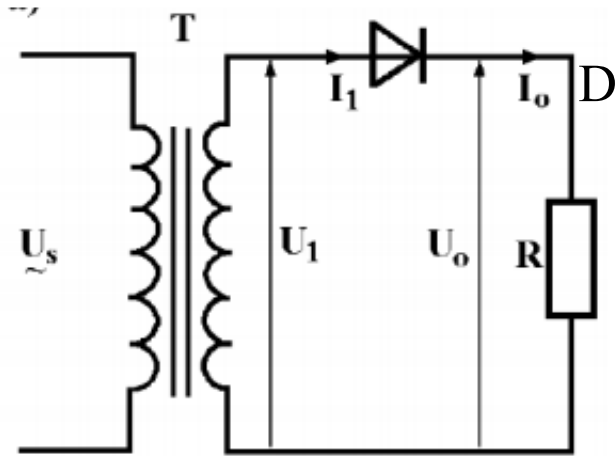


prostownik dwupołwkowy mostkowy



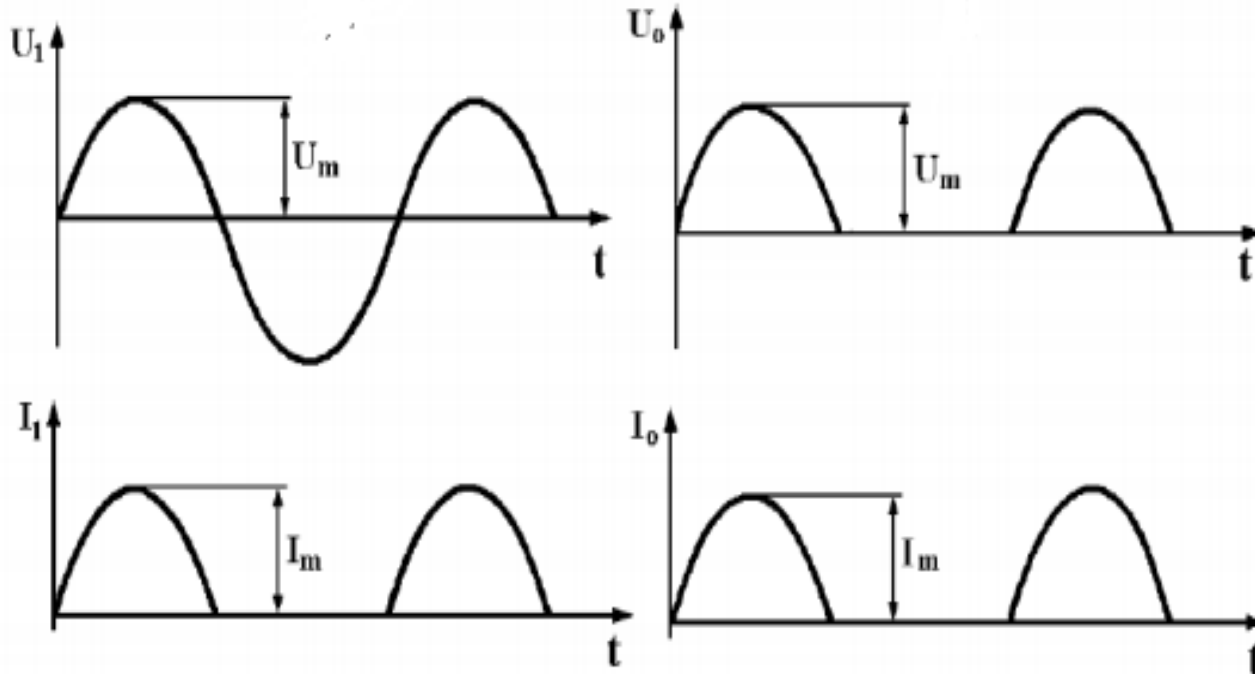
prostownik jedupołwkowy

Prostownik jednopółkowy



Dioda prostownicza w układzie prostownika jednopółkowego

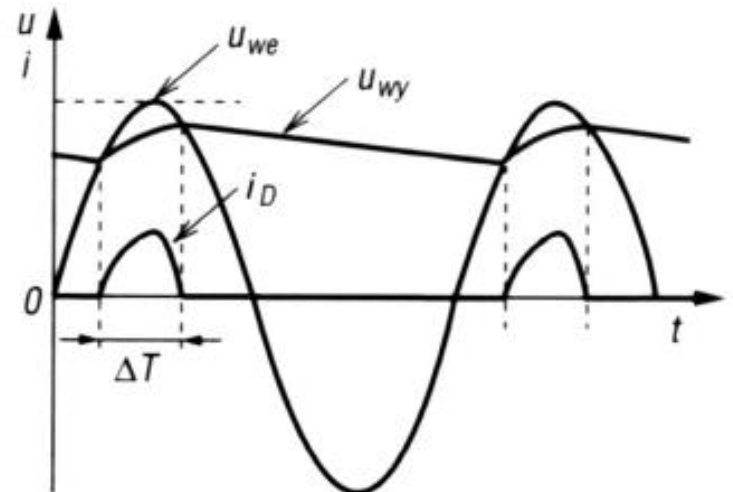
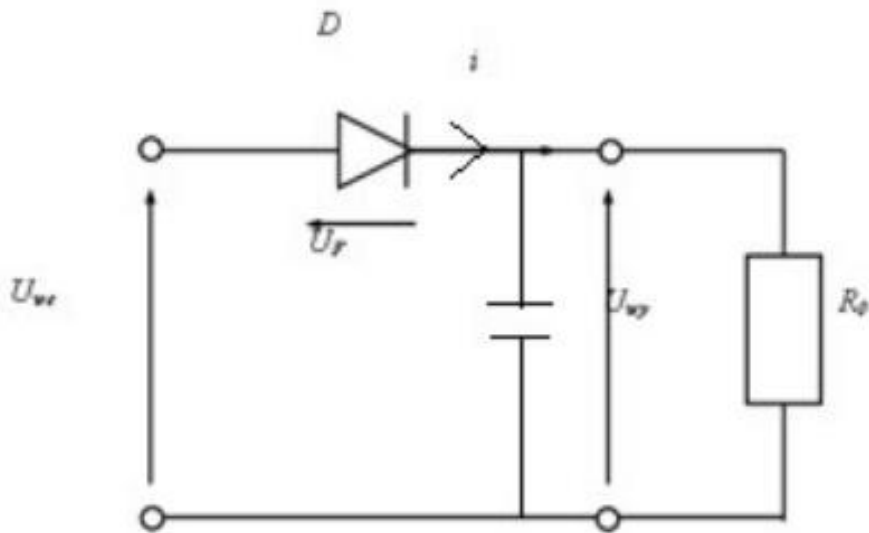
Po procesie prostowania pozostają tylko te części przebiegu, które są jednego znaku a części przeciwnego znaku pozostają wyeliminowane. Dioda przewodzi tylko dla dodatnich półówek przebiegu wejściowego, gdyż tylko wówczas napięcie dodatnie na jej anodzie jest większe niż potencjał katody. Dioda przewodzi wtedy, gdy napięcie $U_{we} > U_f$. Na wyjściu układu otrzymuje się napięcie:



Gdy napięcie $U_{we} < U_f$, wtedy dioda nie przewodzi a napięcie wyjściowe jest równe zero.

Prostownik jednopółwkowy przewodzi prąd w jednym kierunku (dodatnim).

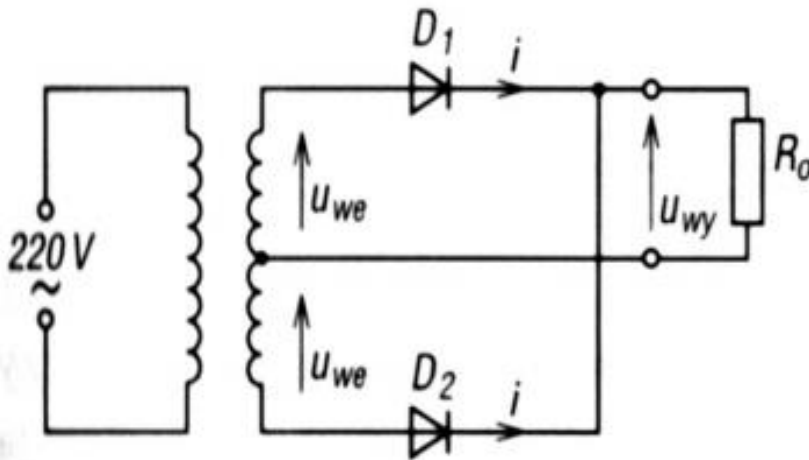
Ze względu na duże tętnienia i małą sprawność energetyczną, prostownik ten jest rzadko stosowany. W celu zmniejszenia tętnień oraz zwiększenia wydatkowania energii, w obciążeniu prostownika stosuje się elementy, które magazynują energię w czasie ΔT . Na rysunku przedstawiono prostownik jednopółwkowy z obciążeniem rezystancyjno – pojemnościowym. Przy odpowiednio dobranej wartości pojemności utrzymuje się na wyjściu napięcie o wartości zbliżonej do wartości szczytowej napięcia wejściowego. Dlatego też taki prostownik nazywamy prostownikiem szczytowym. Prąd i_D w tym układzie płynie tylko w czasie ΔT doładowania pojemności. Przebiega to krócej niż przy obciążeniu rezystancyjnym.



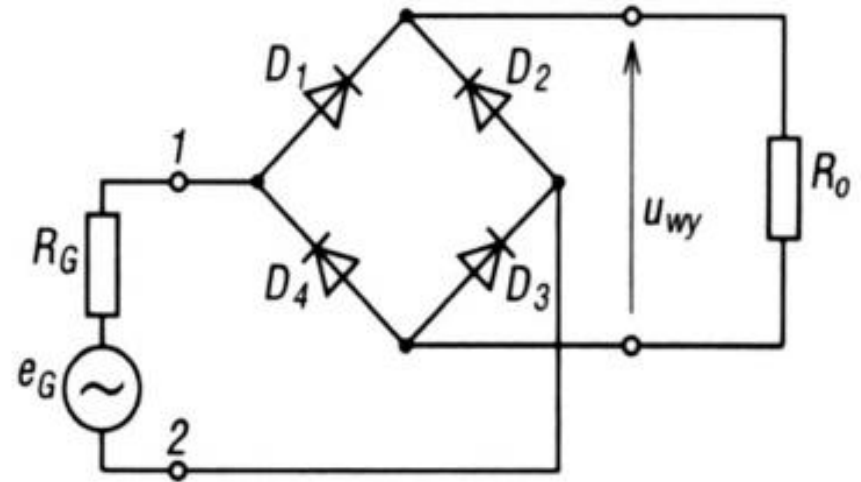
Prostownik dwupołówkowy

Po procesie prostowania pozostają części przebiegu, które są tego samego znaku i dodają się do nich – po zmianie znaku – części, które miały znak przeciwny. Prostowniki dwupołówkowe charakteryzują się lepszymi parametrami. W układach tych płynie prąd przez obciążenie R_0 praktycznie przez cały czas w jednym kierunku. Rozwiązanie prostowników dwupołówkowych realizuje się w dwóch wersjach:

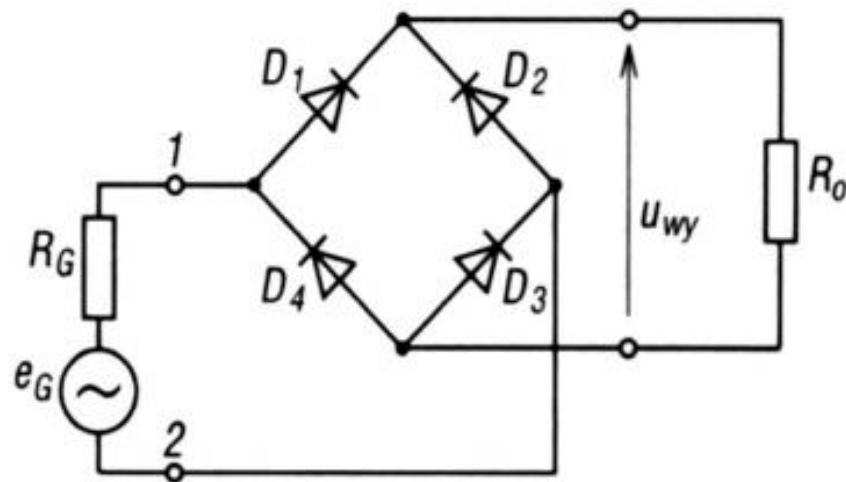
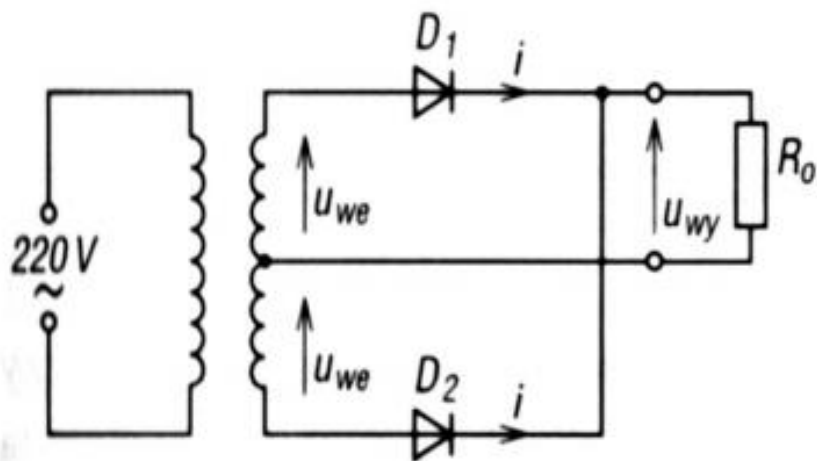
- 1) z wyprowadzonym środkiem uzwojenia wtórnego transformatora
- 2) z diodami w układzie Graetza



1)



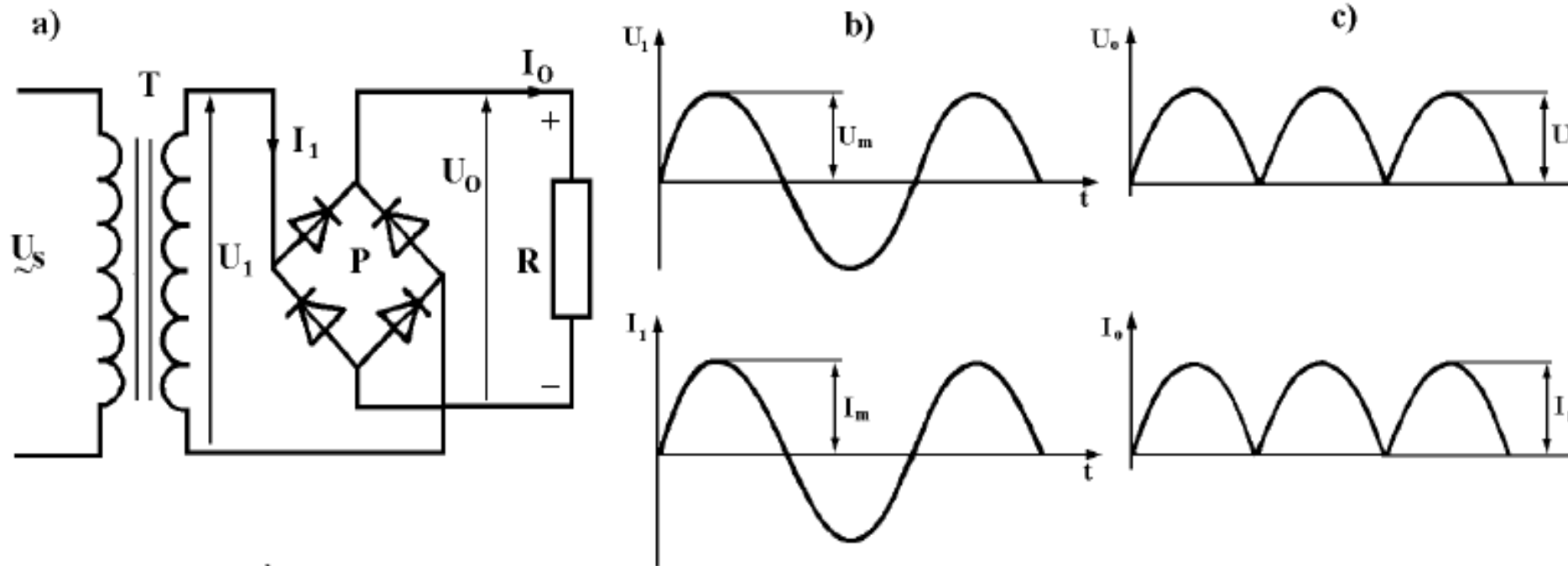
2)



W układzie z transformatorem, przy dodatniej połówce wejściowego przebiegu sinusoidalnego prąd płynie przez diodę D_1 i obciążenie R_0 , a przy ujemnej - prąd płynie przez diodę D_2 i obciążenie R_0 . Przy połówce dodatniej napięcia na uzwojeniu wtórnym mamy sytuację, w której dioda D_1 przewodzi a dioda D_2 nie przewodzi. Przy połówce ujemnej napięcie dodatnie występuje na diodzie D_2 , która wówczas przewodzi, natomiast nie przewodzi dioda D_1 , która jest spolaryzowana wstecznie.

W układzie mostka Graetza przy dodatniej połówce wejściowego przebiegu sinusoidalnego prąd płynie od zacisku 1 przez diodę D_1 , obciążenie R_0 i diodę D_3 do zacisku 2, natomiast przy ujemnej prąd płynie od zacisku 2 przez diodę D_2 , obciążenie R_0 i diodę D_4 do zacisku 1

Prostownik dwupołówkowy (w układzie mostka Graeza)



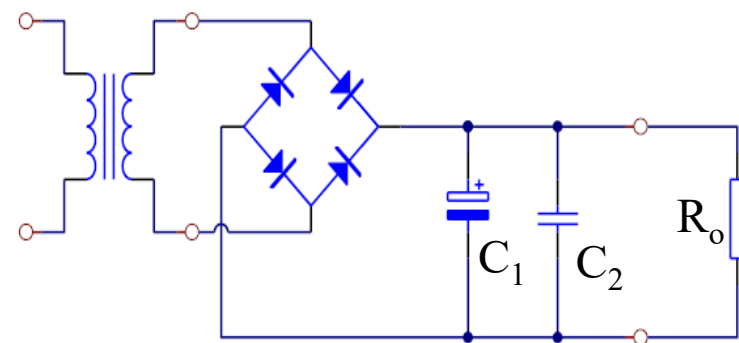
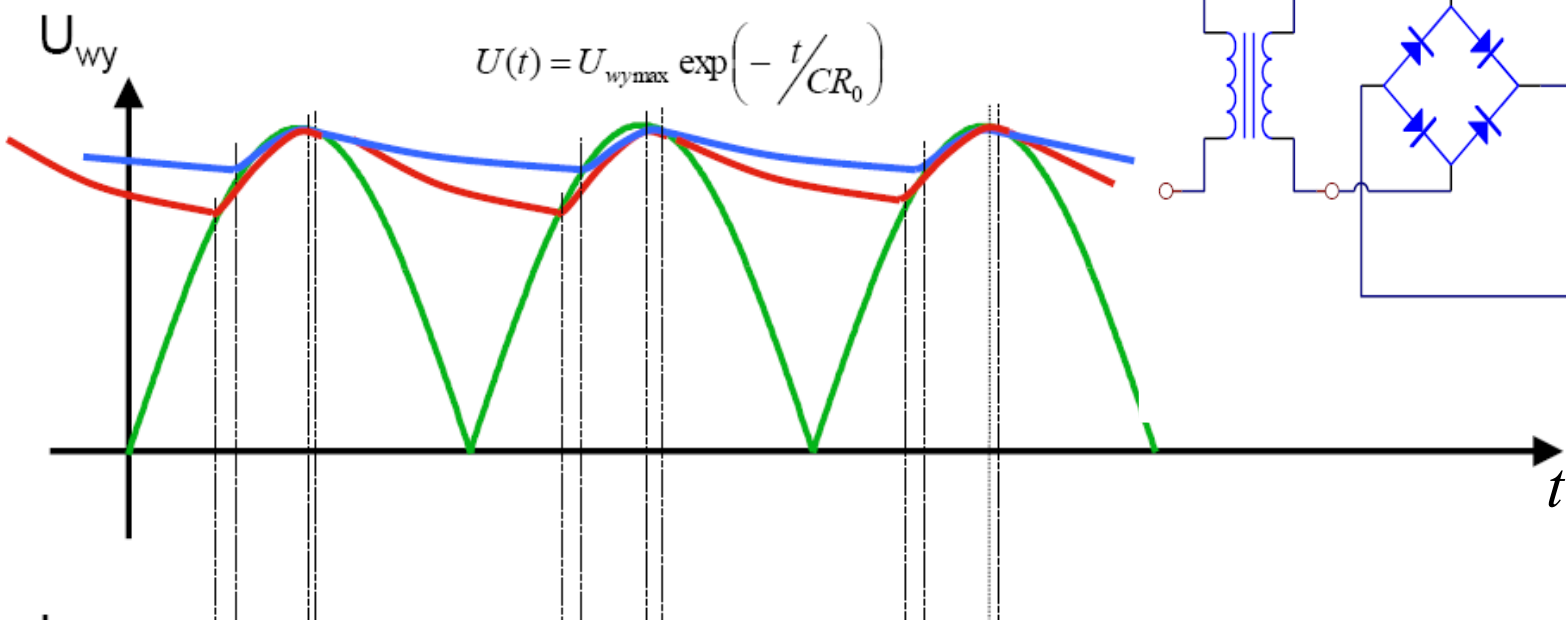
Obydwa układy mają większość parametrów identycznych. Jednakże w układzie mostkowym napięcie wsteczne na każdej diodzie jest dwukrotnie mniejsze, co umożliwia zastosowanie diod o mniejszym dopuszczalnym napięciu wstecznym. Układ zapewnia też lepsze wykorzystanie mocy transformatora. Wadą jest konieczność używania czterech diod.

W celu poprawienia parametrów prostowników stosuje się obciążenia:

- 1) rezystancyjno – pojemnościowe
- 2) rezystancyjno – indukcyjne (stosuje się w prostownikach dużej mocy)

Aby uzyskać przebieg wyjściowy o jak najmniejszych tętnieniach, należy używać cewek o jak największej indukcyjności. Cewka wraz z rezystancją obciążenia stanowi filtr dolnoprzepustowy RL, który tłumi składową zmienną napięcia wyjściowego.

Prostownik zwupółkowy z kondensatorem



Skuteczność działania filtra jest scharakteryzowana **współczynnikiem tętnień k_T** , który wyraża się zależnością:

$$k_T = U_T / U_2$$

gdzie: U_T – napięcie tętnień, U_2 – wartość średnia napięcia na odbiorniku.
Napięcie tętnień U_T wyrażone jest równaniem:

gdzie:

U_1 – wartość skuteczna napięcia na odbiorniku

U_2 – wartość średnia napięcia na
odbiorniku.

Współczynnikiem tętnień obliczamy ostateczne z wzoru

Układy stabilizacji napięć i prądów

Wartości napięcia i prądu wyjściowego układu zasilacza prądu stałego (rozdz. 4.2.10) są funkcją zmian napięcia sieci zasilającej, wielkości obciążenia prądowego i temperatury pracy. W przypadku, gdy układy zasilające powinny dostarczać prąd o stałym napięciu lub natężeniu, konieczne staje się zastosowanie odpowiednich układów zwanych **stabilizatorami**, odpowiednio: **napięcia** i **prądu**.

Stabilizator napięcia utrzymuje stałą wartość napięcia na wyjściu układu zasilacza prądu stałego, niezależnie od wahań napięcia wejściowego stabilizatora i wahań prądu obciążenia.

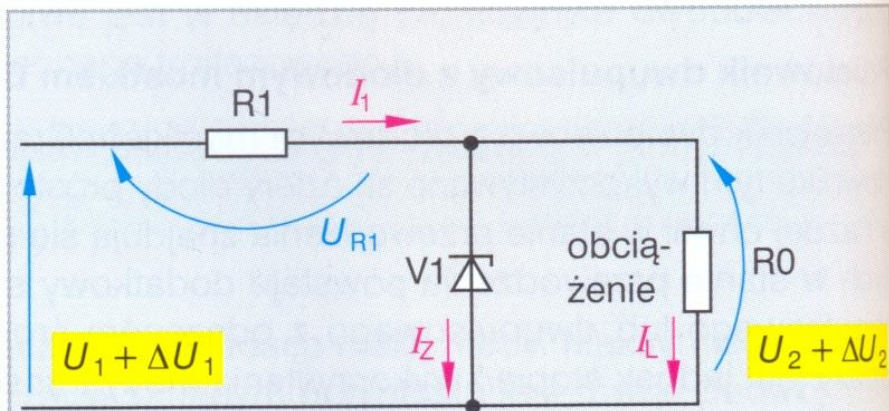
Stabilizator prądu utrzymuje stałą wartość prądu na wyjściu układu zasilacza prądu stałego, niezależnie od wahań napięcia wejściowego stabilizatora i wahań impedancji obciążenia.

Układ stabilizacji napięcia z dioda Zenera

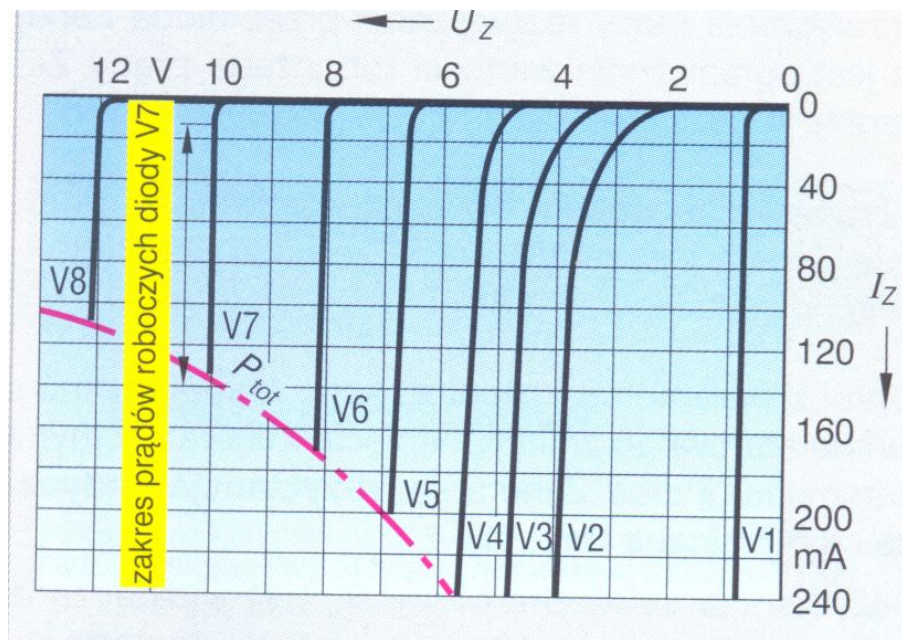
$$S = \frac{\Delta U_1 / U_1}{\Delta U_2 / U_2}$$

$$S = \frac{\Delta U_1 \cdot U_2}{\Delta U_2 \cdot U_1}$$

- S – napięciowy współczynnik stabilizacji
 U_1 – napięcie wejściowe stabilizatora
 U_2 – napięcie wyjściowe stabilizatora
 ΔU_1 – zmiana napięcia wejściowego
 ΔU_2 – zmiana napięcia wyjściowego



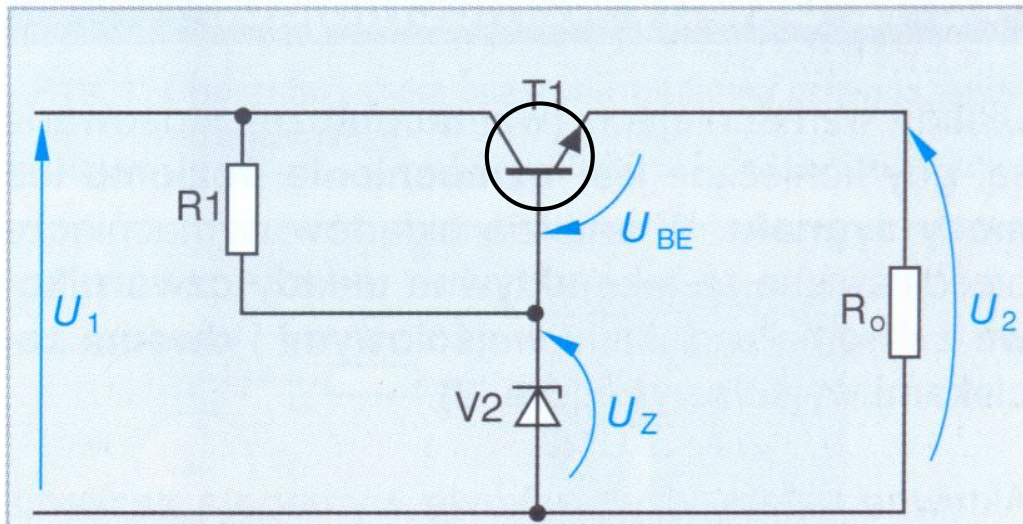
Rys. 1. Schemat ideowy układu stabilizacji napięcia bez zasobnika energii



Rodzina charakterystyk roboczych diod Zenera

Układ stabilizacji napięcia z tranzystorem szeregowym

Istotną wadą układu stabilizacji napięcia z diodą Zenera jest ograniczona dopuszczalna wartość prądu Zenera. W układach stabilizacji napięcia wymagających większych mocy stosowany jest układ stabilizacji z tranzystorem szeregowym (). Tranzystor szeregowy T1 sterowany jest napięciem U_{BE} , będącym różnicą napięcia wyjściowego stabilizatora U_2 i napięcia diody Zenera U_Z . Wraz ze wzrostem napięcia wejściowego U_1 rośnie prąd obciążenia, który wywołuje chwilowy wzrost napięcia U_2 . Wzrost tego napięcia wywołuje z kolei spadek napięcia U_{BE} tranzystora T1, prowadząc do wzrostu rezystancji szeregowej tranzystora, a zatem przeciwdziałając wzrostowi prądu emitera wywołanego wzrostem napięcia U_1 i następuje ponowne obniżenie napięcia U_2 do jego wartości nominalnej. W ten sposób następuje automatyczna stabilizacja napięcia.

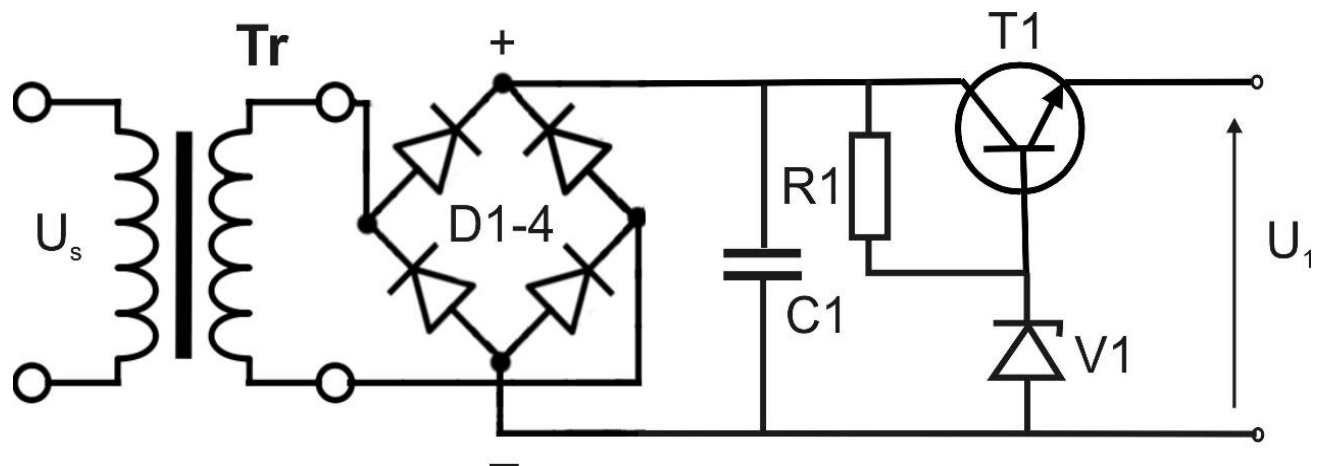
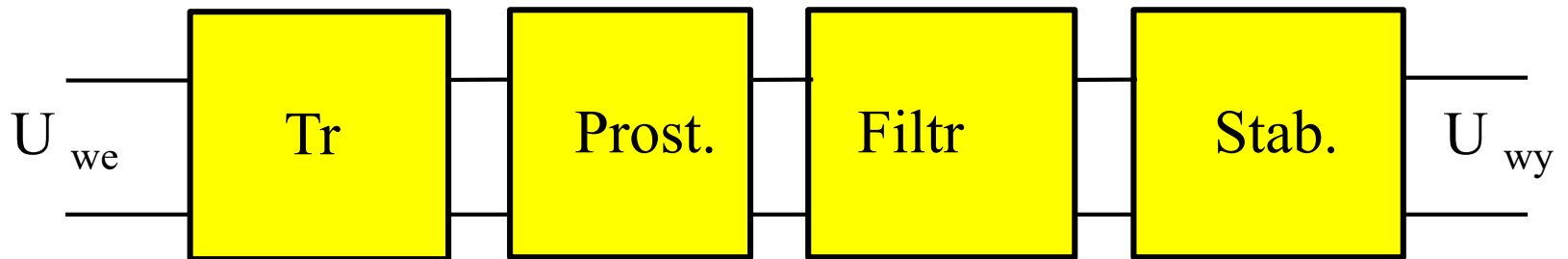


Rys. 1. Schemat ideowy układu stabilizacji napięcia z tranzystorem szeregowym

$$U_2 = U_Z - U_{BE}$$
$$U_Z = const$$

Budowa zasilacza

Schemat blokowy i ideowy



Literatura:

1. M. Olszewski (red.), *Podstawy mechatroniki*, wyd. REA, Warszawa 2006.
2. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy Fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003, Tom III.